2. Movimento de terras

A terraplenagem consiste na modelação do terreno, tirando material de um local e pondo-o noutro, de modo a realizar uma superfície relativamente uniforme com a melhor qualidade possível e dentro de adequados limites económicos. Para o efeito, a estimação de áreas e volumes tem grande importância em muitos trabalhos de engenharia civil tais como construção de vias de comunicação, de túneis, etc. A escavação e transporte do material resultante desses trabalhos são, geralmente, a parte mais onerosa do projecto, da qual o eventual lucro ou prejuízo pode depender. O objectivo da compactação do terreno é o melhoramento das propriedades dos solos usados na construção rodoviária, proporcionando-lhes elevada resistência ao corte, baixa sensibilidade à água e baixa tendência para sofrer assentamentos sob acção de cargas repetidas.

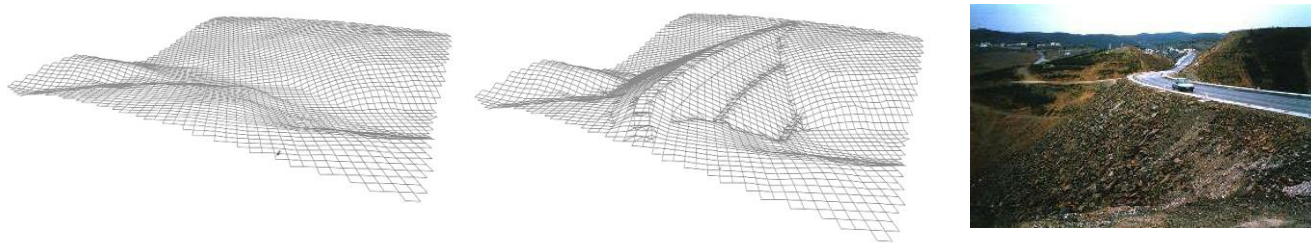


figura 2.1.: Aterro para construção de uma estrada

figura 2.2.: Trabalhos preparatórios: as superfícies dos terrenos a escavar ou a aterrar devem ser previamente limpas de pedra grossa, detritos e vegetação lenhosa (arbustos e árvores) – desmatação -, conservando todavia a vegetação subarbustiva e herbácea, a remover com a decapagem; a desmatação deve ser feita exclusivamente nas áreas sujeitas a terraplenagem. As áreas de terrenos a escavar ou aterrar devem ser previamente decapadas da terra arável, geralmente numa camada não ultrapassando os 20 cm de espessura, e da terra vegetal com elevado teor de matéria orgânica, que serão aplicadas imediatamente, ou armazenadas, em locais apropriados.

Bulldozer:distâncias pequenas

Scrapper: distâncias médias

Dumper: distâncias grandes

figura 2.3.: Veículos de transporte de terras

Escavadora giratória

Moto-niveladora

Cilindro

figura 2.4.: Veículos de apoio, de acabamento e de compactação

2.1 Elementos de geometria cotada

Um ponto A do espaço de cota conhecida (figura 2.5.) é representado pela sua projecção ortogonal a num plano horizontal de referência e pela sua cota c_A em relação a esse plano, isto é, por $a(c_A)$:

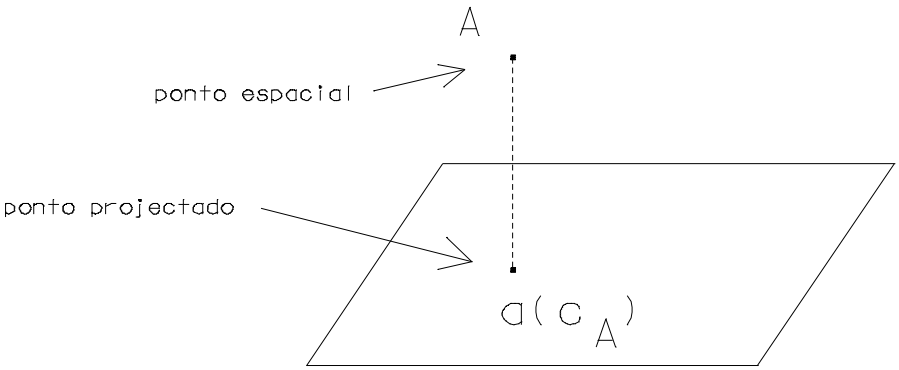


figura 2.5. Representação cotada do ponto A do espaço no plano de referência

Uma recta do espaço que contém os pontos A e B de cota conhecida (figura 2.6.) é representada pela recta do plano de referência que contém as respectivas projecções $a(c_A)$ e $b(c_B)$:

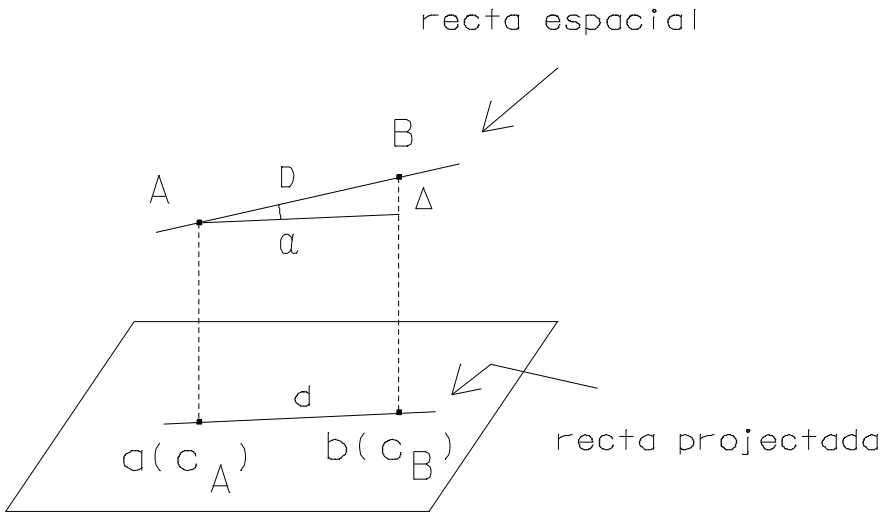


figura 2.6. Representação cotada de uma recta: d é a distância horizontal entre A e B, $\Delta = c_B - c_A$ é a distância vertical entre A e B (desnível), $D = \sqrt{d^2 + \Delta^2}$ é a distância espacial entre A e B (verdadeira grandeza da distância ab, α é a inclinação da recta AB, isto é, o ângulo que AB forma com a sua projecção ab

Define-se declive δ de uma recta à relação constante entre a distância vertical de quaisquer dois pontos dessa recta e a respectiva distância horizontal, isto é, à tangente da inclinação entre a recta espacial e a respectiva projecção horizontal; define-se taludação de uma recta à distância horizontal t entre dois dos seus pontos cuja diferença de cotas seja igual a uma unidade de comprimento; tem-se então $\delta = \tan\alpha = (c_B - c_A)/d = 1/t$.

Para a resolução de alguns problemas em geometria cotada é necessário efectuar o rebatimento da recta espacial AB (ou mais exactamente, do plano vertical que contém AB) sobre o plano horizontal de referência, tomando a projecção ab como eixo de rotação (ou charneira); desta forma, os segmentos Aa e Bb mantêm-se perpendiculares a essa charneira, obtendo-se os pontos rebatidos no plano de referência, representados com uma barra. Na recta rebatida, ao contrário da recta projectada, é possível medir distâncias verdadeiras (figura 2.7.).

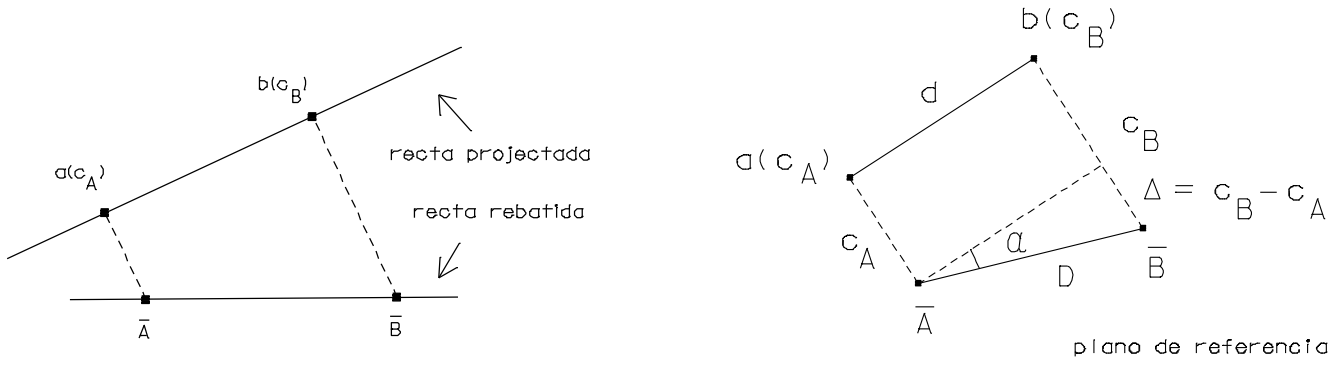


figura 2.7. Rebatimento da recta AB no plano de referência

Dada uma recta espacial definida pelos pontos A e B de cota conhecida, para determinar a cota c_C de um ponto C dessa recta, executa-se o respectivo rebatimento em torno da charneira ab e mede-se o comprimento do segmento $c\overline{C}$ (figura 2.8.). Da mesma forma, dada a recta AB, pode determinar-se a posição do ponto C dessa recta cuja cota é c_C, determinando a intersecção de uma recta paralela à charneira à distância c_C com a recta $\overline{A}\overline{B}$ obtida por rebatimento da recta espacial AB e projectando o ponto c no espaço.

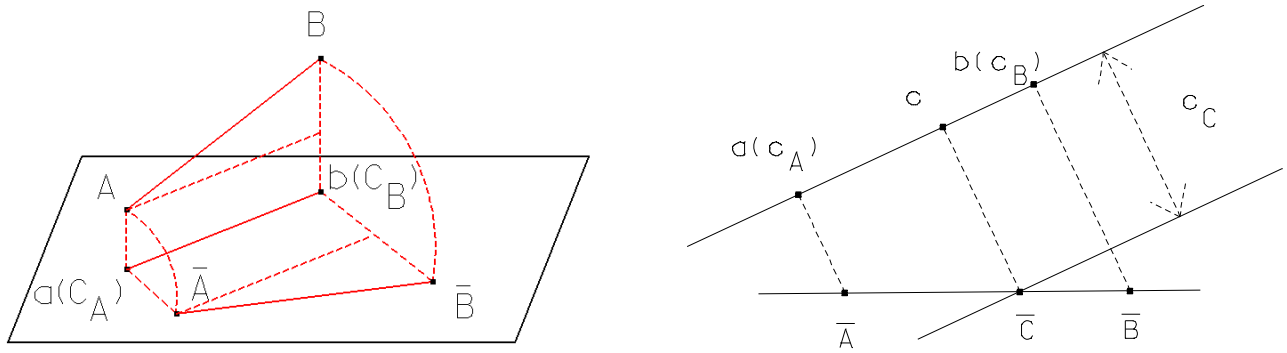


figura 2.8. Determinação da posição espacial de um ponto de cota conhecida

Graduar uma recta AB significa determinar sobre ela os pontos de cotas inteiras (figura 2.9.), o que pode ser obtido rebatendo AB no plano de referência em torno de ab, traçando paralelas à charneira a distâncias correspondentes às cotas inteiras (obtidas por interpolação a partir de c_A e de c_B) e traçando pelas intersecções dessas paralelas com a recta rebatida segmentos perpendiculares à charneira; os pontos resultantes da intersecção destes segmentos com a charneira são projectados ortogonalmente no espaço na cota respectiva, definindo os pontos pretendidos sobre AB:

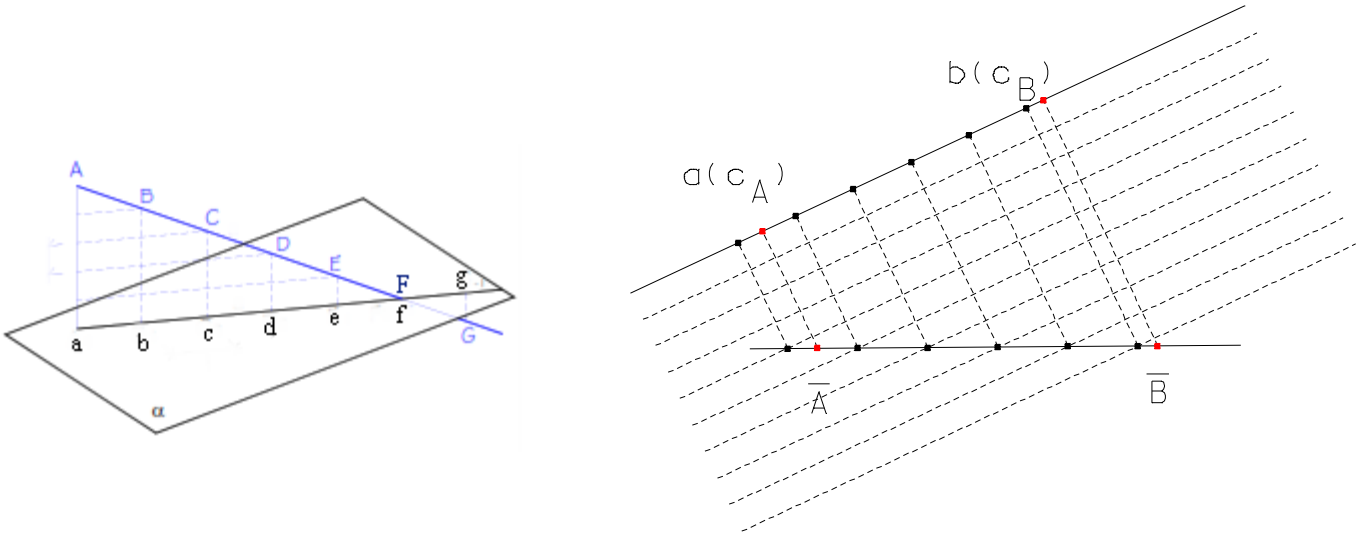


figura 2.9. Graduação de uma recta (as cotas c_A e c_B não são inteiras)

Pode obter-se o mesmo resultado recorrendo ao teorema de Tales, traçando pelo ponto a uma recta ax do plano de referência (figura 2.10.), contendo o ponto x de cota conhecida. Para graduar esta última recta, define-se o segmento bx e traçam-se paralelas a este segmento pelos pontos de cotas, que determinam segmentos proporcionais aos segmentos de ax sobre ab.

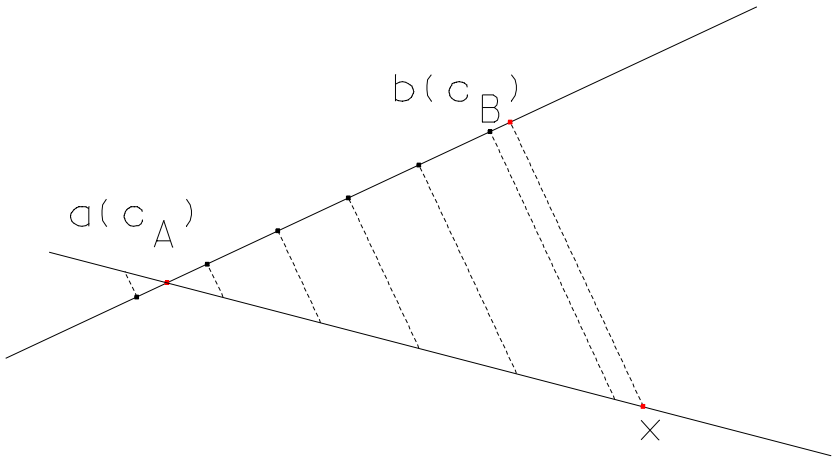


figura 2.10. Graduação de uma recta (as cotas c_A e c_B não são inteiras)

Para que duas rectas do espaço definidas pelos pontos AB e CD, respectivamente, cujas projecções se cruzam no plano de referência sejam concorrentes (figura 2.11.), é necessário e suficiente que o ponto de cruzamento tenha a mesma cota em ambas as projecções, o que implica graduar ambas as rectas:

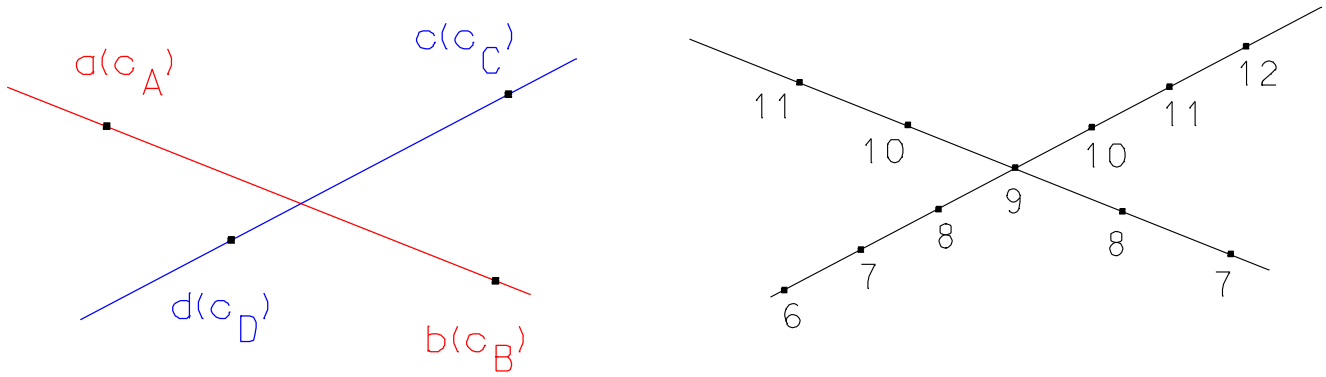


figura 2.11. Rectas concorrentes pertencem ao mesmo plano no espaço

Se as duas rectas se cruzam fora do limite de representação (figura 2.12.), para verificar se são ou não concorrentes basta traçar duas rectas auxiliares apoiadas nas primeiras e graduar essas rectas auxiliares, determinando a cota do ponto de cruzamento; se esta cota for a mesma nas duas rectas auxiliares, estas são concorrentes e, portanto, todos os seus pontos estão no mesmo plano, incluindo os quatro pontos de apoio pertencentes às rectas iniciais:

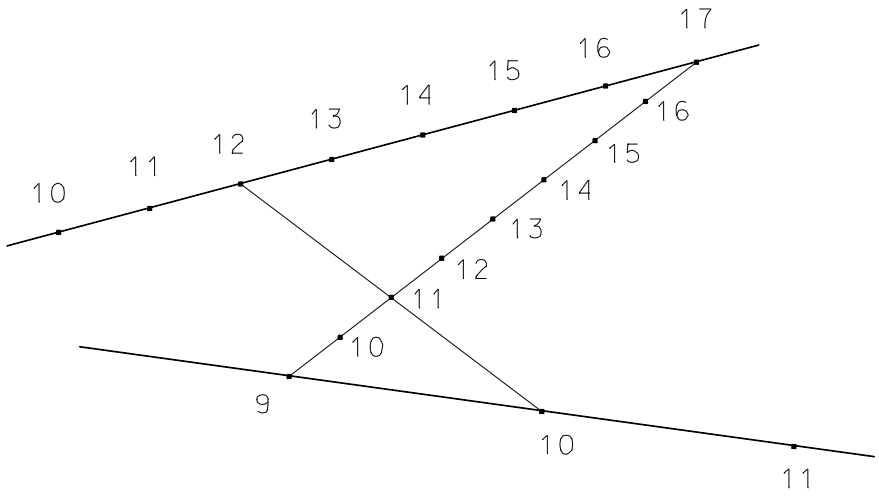


figura 2.12. Rectas concorrentes

Para que duas rectas no espaço sejam paralelas (figura 2.13.), é necessário e suficiente que as suas projecções sejam paralelas e os respectivos declives (ou taludações) sejam iguais e do mesmo sentido, o que implica graduar as rectas:

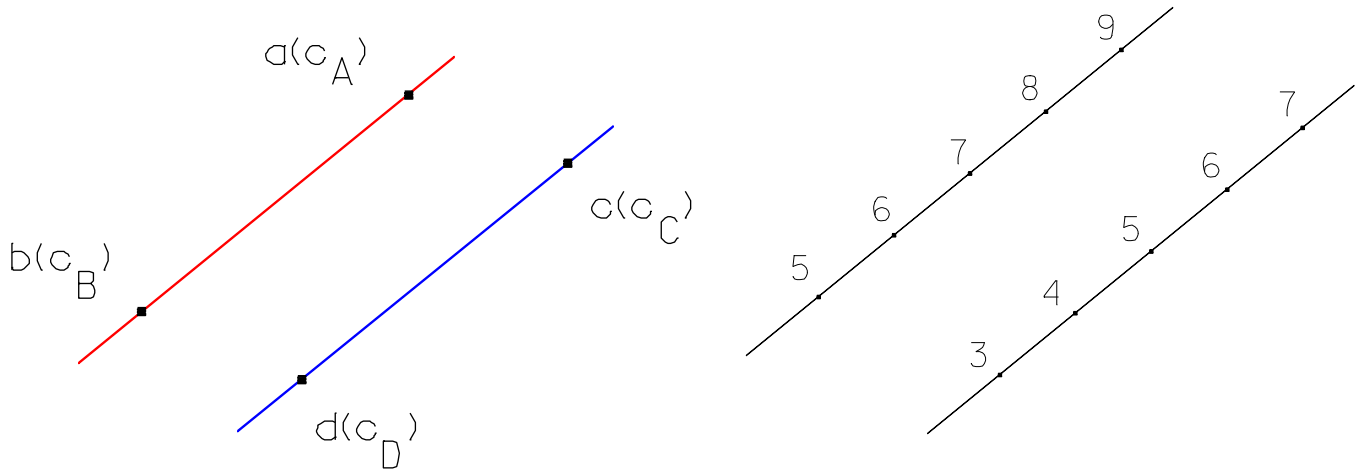


figura 2.13. Rectas paralelas pertencem ao mesmo plano no espaço

Para traçar por um ponto dado A uma recta paralela à recta CD (figura 2.14.), traça-se pela projecção a de A uma recta paralela à projecção cd da recta CD; em seguida traça-se por a a recta horizontal ae, em que o ponto e tem a mesma cota de a; depois, por qualquer ponto g de cd traça-se uma paralela a ae determinando sobre a recta pretendida o ponto h que define essa recta:

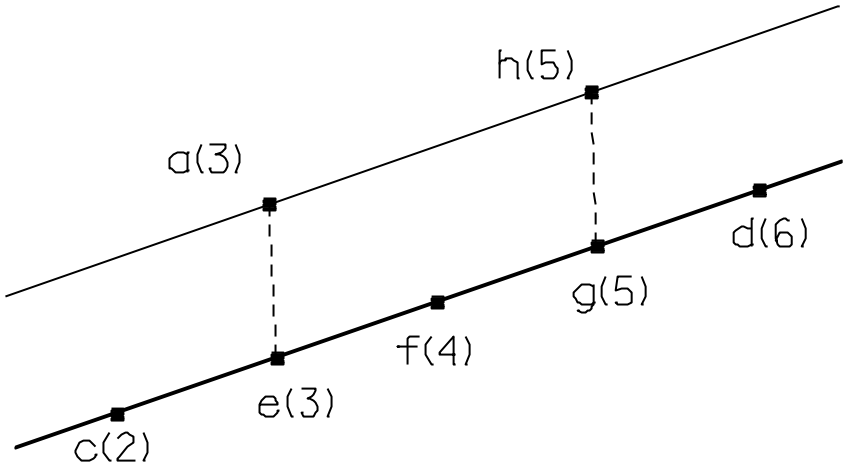


figura 2.14. Recta paralela à recta CD passando por A

Representa-se um plano pelas projecções cotadas de um ponto e de uma recta (que não contenha o ponto) desse plano, de duas rectas concorrentes desse plano ou de duas rectas paralelas desse plano. Se o plano for vertical, é representado pelo seu traço no plano horizontal de referência, se o plano for horizontal é representado pela sua cota.

Para que uma recta pertença a um plano, é suficiente que esta seja concorrente com duas outras rectas desse plano. As rectas horizontais de um plano (figura 2.15.) são determinadas pelas suas projecções (paralelas entre si no plano de referência) e pelas respectivas cotas (todos os pontos de uma mesma recta têm a mesma cota).

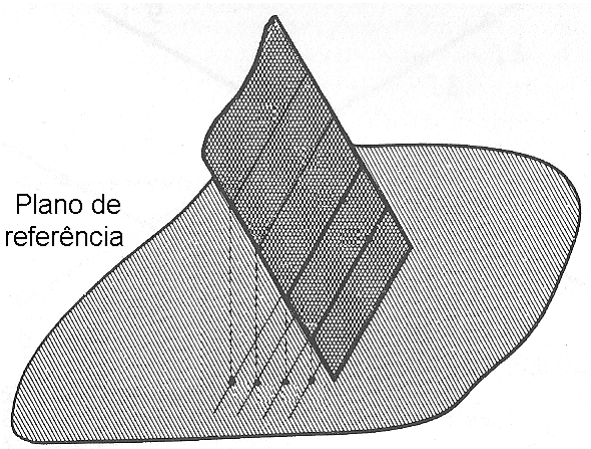


figura 2.15. Representação de rectas horizontais de um plano

Dá-se o nome de rectas de maior declive de um plano (representadas normalmente com traço duplo) às rectas perpendiculares às rectas horizontais desse plano (são aquelas que fazem o maior ângulo com o plano horizontal de projecção), sendo, portanto, paralelas entre si (figura 2.16.); as projecções das rectas de maior declive de um plano são paralelas entre si e perpendiculares às projecções das rectas horizontais desse plano.

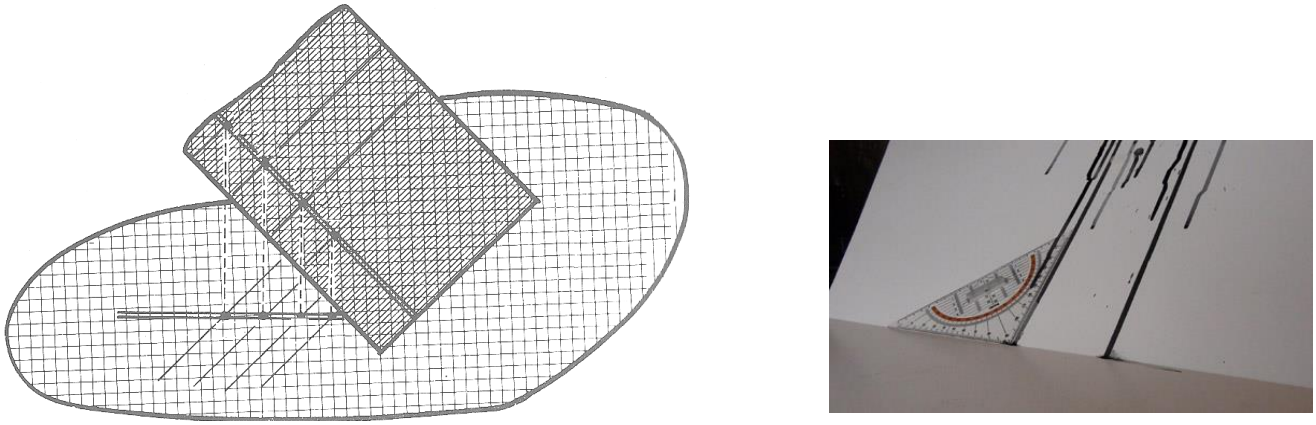
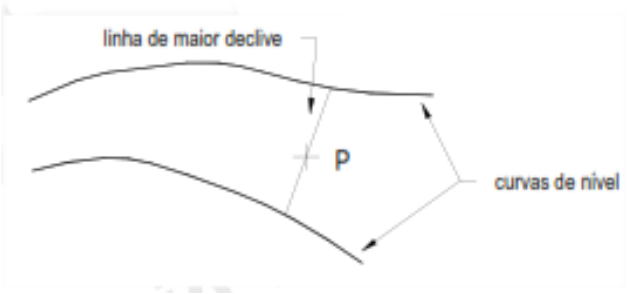
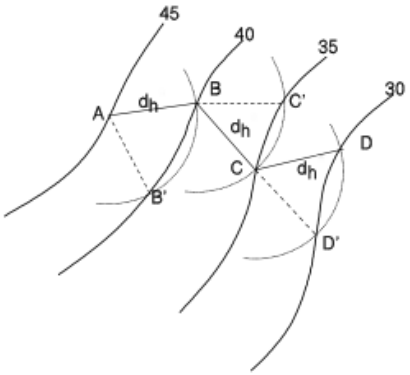


figura 2.16. Recta de maior declive de um plano

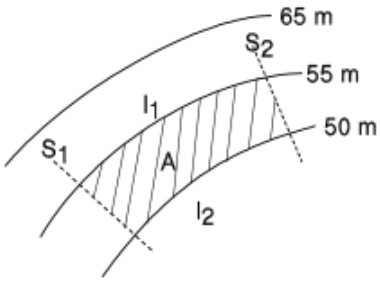
Exemplo: define-se linha de maior declive que passa pelo ponto P como a linha de projecção horizontal recta que tendo os seus extremos apoiados sobre curvas de nível consecutivas e passando pela projecção do ponto, tem comprimento minimo.

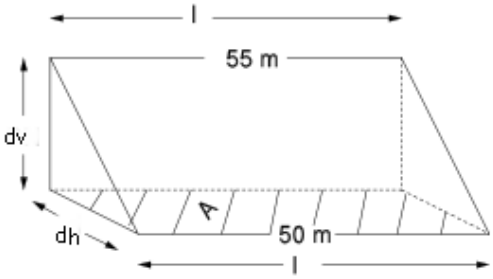




Para o traçado de uma linha de declive constante, uma vez que a equidistância e entre curvas de nível é sempre igual, para um declive p ser constante é necessário que a distância horizontal seja constante, ou seja, $\frac{e}{d_h} = p = \text{constante} \Rightarrow d_h = \frac{e}{p} = \text{constante}$, onde d_h é a projecção horizontal do segmento de recta com aquele declive entre duas curvas de nível. Para traçar uma linha de declive constante a partir do ponto A determina-se a distância horizontal correspondente a esse declive. Com um compasso centrado em A e abertura igual a d_h, traça-se um arco de circunferência que intersecta a curva seguinte em B; com centro em B procede-se do mesmo modo e assim sucessivamente, vão-se obtendo diversos pontos que definem a linha com declive p, que nocaso da figura é a linha poligonal ABCD. Pode observar-se na figura que este problema pode ter duas soluções. A partir do ponto A obtem-se uma linha de declive p tanto para B como para B'. Isto sucederá sempre que a linha de maior declive a partir de A tiver um declive maior que p. Se o declive p for maior que o declive da linha de maior declive o problema não terá solução, i.e., não se poderá obter uma linha de declive p sobre a superfície do terreno. Seria necessário fazer escavação. O problema terá uma só solução quando o declive da linha de maior declive for igual a p.

Exemplo: Considere-se a figura, em que se pretende conhecer o declive médio do terreno limitado pelas curvas de nível de 55 m e 50 m e pelas secções S1 e S2, indicado pela área A a tracejado. Considerando que o afastamento entre elas é constante, o que significa que o declive é também constante entre as secções S1 e S2, neste caso o declive médio é dado por





$$\text{declive médio} = \frac{dv}{dh} = \frac{dv \times \ell}{dh \times \ell} = \frac{dv \times \ell}{A}$$

Podem enunciar-se os seguintes postulados relativamente às rectas de maior declive de um plano:

- por um ponto do plano pode traçar-se uma única recta de maior declive desse plano.
- o plano horizontal tem declive nulo, não existindo, portanto, rectas de maior declive nesse plano.
- um plano pode ser representado pela sua recta de maior declive pois por qualquer ponto de cota conhecida da projecção dessa recta pode traçar-se a projecção da única recta horizontal do plano com a cota desse ponto e, dessa forma, define-se o plano através de duas rectas concorrentes.
- se o plano for vertical, a recta de maior declive será projectada num só ponto, sendo necessário para a determinação do plano mais uma recta que lhe pertença, que pode ser horizontal (por exemplo o traço do plano no plano horizontal).

Exemplo: determine a partir da projecção a(3) de um ponto A de um plano α definido por A e pela recta BC tal que c_B=1 e c_C=4, a recta horizontal que contém A, a recta de maior declive do plano passando por A e o traço xy do plano α no plano de referência horizontal.

Sendo conhecidos a(3), b(1) e c(4), determina-se sobre bc o ponto h de cota igual a 3, efectuando a graduação esta recta, sendo a recta ah a recta horizontal do plano procurado (figura 2.17.). A recta de maior declive terá a direcção perpendicular à recta horizontal e será definida por quaisquer dois pontos que lhe pertençam, obtidos traçando paralelas a ah pelos pontos da graduação. O traço xy do plano α é a recta horizontal de cota zero.

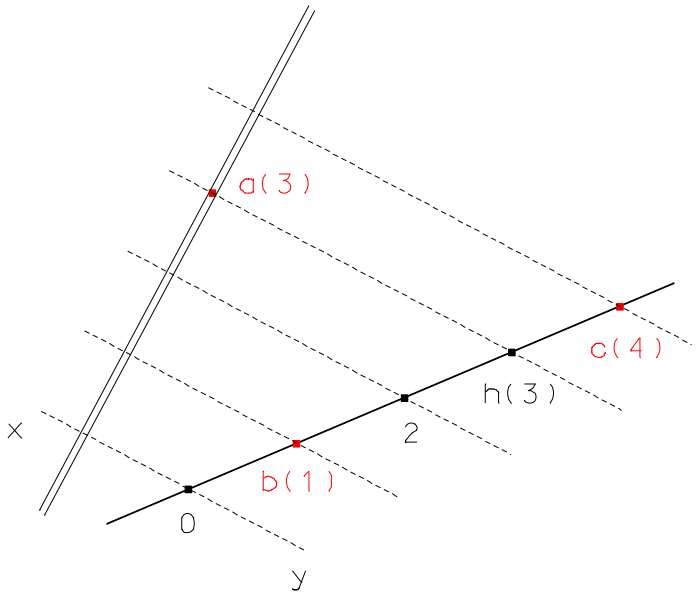


figura 2.17.

Exemplo: Determine a cota de um ponto a de um plano α a partir das projecções das suas rectas bc e de, sabendo-se que b(13), c(7), d(9), e(6).

Definidas as projecções bc e de, graduam-se ambas as rectas e traça-se uma horizontal th do plano unindo dois pontos de igual cota de bc e de (figura 2.18.). A paralela mn a th que contém o ponto a determina em bc ou de a cota pretendida, neste caso 8.5. Caso o plano seja representado pela sua recta de maior declive, a perpendicular a esta recta que passa por a é horizontal, o que determina imediatamente a cota de a, neste caso 6.5.

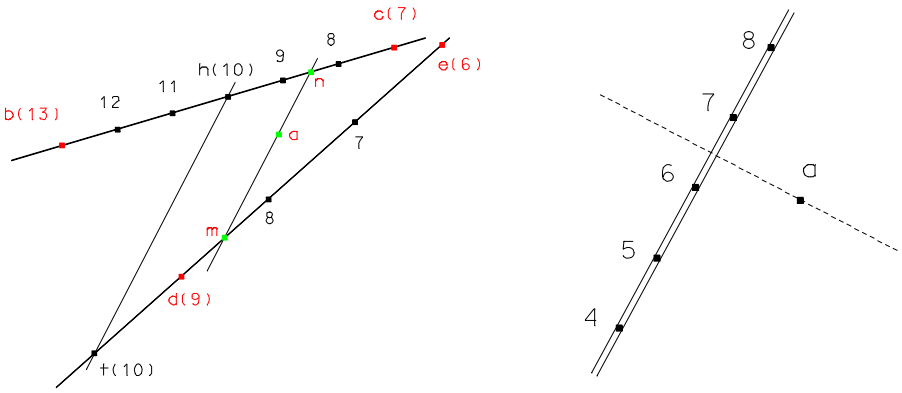


figura 2.18.

Exemplo: Determine uma recta AB pertencente a um plano α conhecendo-se a posição das projecções a e b de A e B, respectivamente.

a) se o plano for dado pela sua recta de maior declive, pelos pontos a e b traçam-se rectas horizontais desse plano, que são perpendiculares à recta de maior declive (figura 2.19a.). As cotas dessas horizontais são as cotas dos pontos a e b.
b) se o plano for dado por duas rectas quaisquer cd e ef, unem-se pontos destas rectas que tenham a mesma cota, obtendo-se assim uma recta horizontal (figura 2.19b). O ponto p do cruzamento dessa horizontal com a projecção ab da recta tem a mesma cota dessa recta horizontal (12); procedendo-se da mesma forma para outro par de pontos de igual cota de cd e ef obtém-se o ponto q da projecção ab que tem a mesma cota dessa recta horizontal (13).

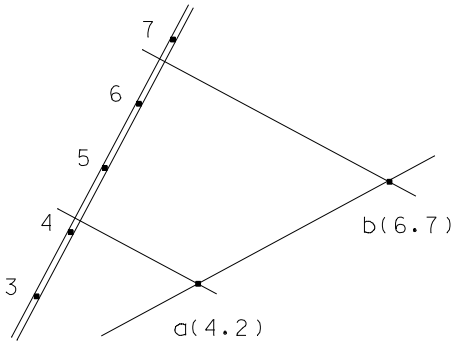


figura 2.19a.

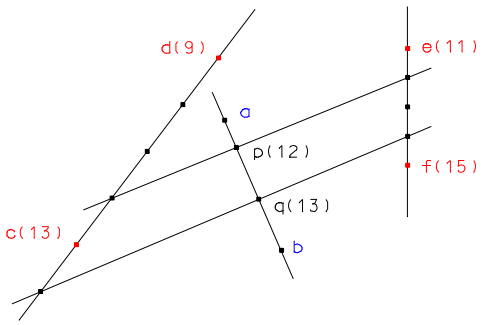


figura 2.190b.

Exemplo: Determine, a partir de um ponto A de um plano α definido pela sua recta de maior declive, uma recta desse plano com declive δ dado.

Seja cd a projecção da recta de maior declive (em que c(6), d(3)) e seja δ=2/5, por exemplo, o declive pretendido, a que corresponde uma taludação t=1/δ=2.5 (figura 2.20.). Traçando duas rectas horizontais g e h de cotas inteiras e consecutivas do plano em questão (perpendiculares à recta de maior declive por pontos de cotas consecutivas), a circunferência com centro em d e de raio t irá intersectar a recta h nos pontos x e y: as rectas dx e dy têm o declive procurado.

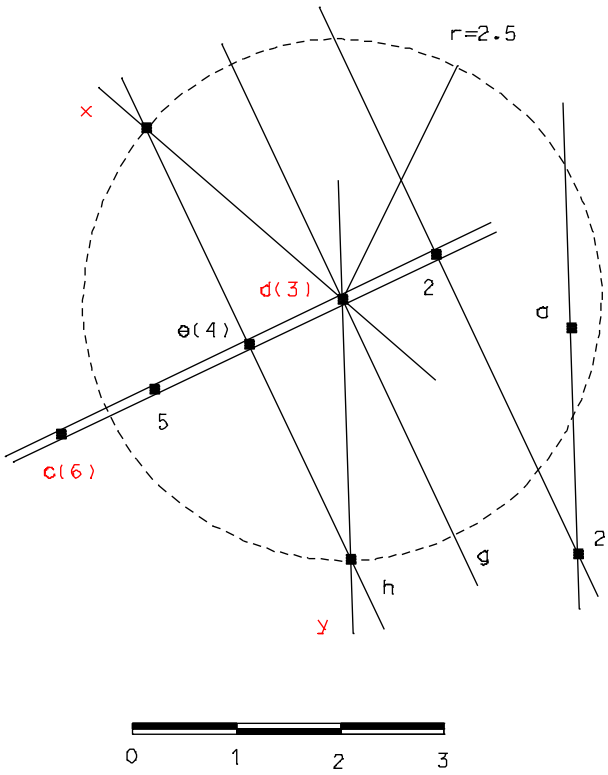


figura 2.20.

Note-se que se o declive da recta for inferior, igual ou superior ao declive do plano, isto é, se o raio t for maior, igual ou menor que de, existem duas, uma ou nenhuma soluções para o problema. Como a recta pretendida deve conter um determinado ponto a do plano A, basta traçar por a uma paralela a dx ou a dy. Para este última recta ficar perfeitamente definida, deve cotar-se mais um ponto sobre ela, obtido por exemplo por intersecção dessa recta com qualquer recta horizontal.

Exemplo: determine um plano de declive δ de forma a que esse plano contenha uma recta AB dada.

Sendo, por exemplo, δ=2/5 o declive do plano, isto é, da recta de maior declive desse plano; a taludação dessa recta é t=1/δ=2.5. Com centro num ponto c de cota inteira de ab, trace-se uma circunferência de raio t; do ponto d de cota inteira seguinte, trace-se a tangente a essa circunferência (figura 2.21.).

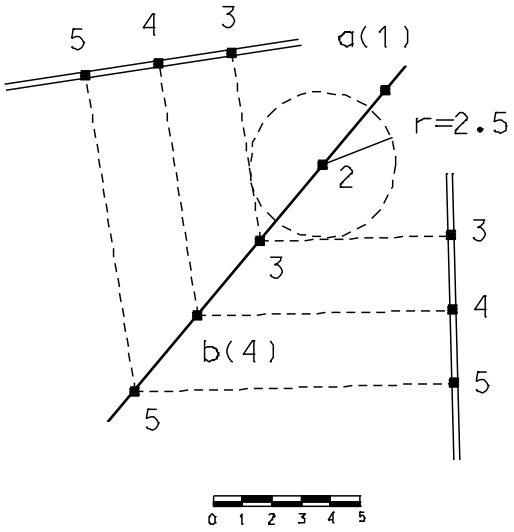


figura 2.21.

2.2. Taludação de um plano

Considere o plano ABCD, inclinado relativamente ao plano horizontal EFCD δº (ou, em termos de taludação, 1 em x, isto é, 1 unidade na vertical corresponde a x unidades na horizontal). Para as linhas de maior declive do plano ABCD, a respectiva inclinação é máxima, igual a δº, correspondente à direcção ortogonal às linhas de declive nulo (linhas horizontais do plano ABCD, como por exemplo, a linha AB); para qualquer outra direcção do plano ABCD que não seja a do maior declive, como por exemplo a linha AP, fazendo um ângulo λ com a direcção AC, a respectiva taludação é 1 em y. A relação entre a taludação e a inclinação do plano ABCD, isto é, entre δ e x (definidas pela linha de maior declive desse mesmo plano) pode extrair-se da figura 2.22.: $\delta = \cot^{-1} x$.

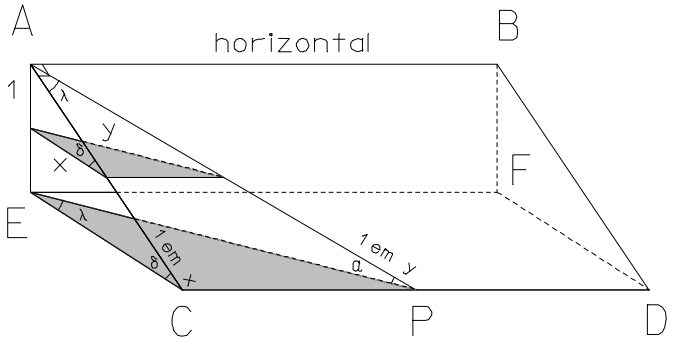


figura 2.22. Plano inclinado ABCD, plano horizontal CDEF

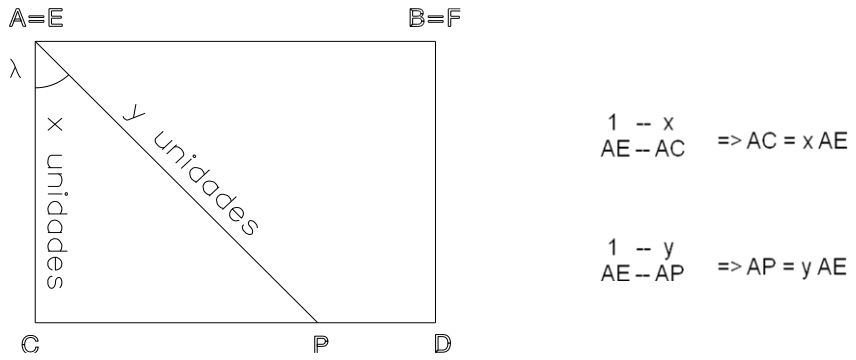


figura 2.23. Plano inclinado ABCD projectado ortogonalmente sobre o plano horizontal CDEF

A figura 2.23. representa a projecção ortogonal do plano inclinado ABCD sobre o plano horizontal CDEF. Se a taludação da linha de maior declive AC do plano ABCD for igual a 1 em x então AC=x unidades; da mesma forma, sendo 1 em y a taludação da linha AP, então AP=y. Considerando o triângulo ACP, tem-se:

$$AP = y = \frac{x}{\cos\lambda} \quad \text{e} \quad AC = x = y\cos\lambda$$

isto é, a taludação da linha de maior declive AC é igual ao produto da taludação da linha AP pelo coseno do ângulo entre essas linhas. De outra forma, tem-se

$$\lambda = \cos^{-1}\frac{x}{y}.$$

Exemplo: a taludação da linha de maior declive de um plano inclinado é de 1 em 4, segundo o rumo 30º (figura 2.24.); qual é taludação da linha desse plano (a) segundo a direcção N, (b) segundo o rumo 75º, (c) segundo a direcção E?

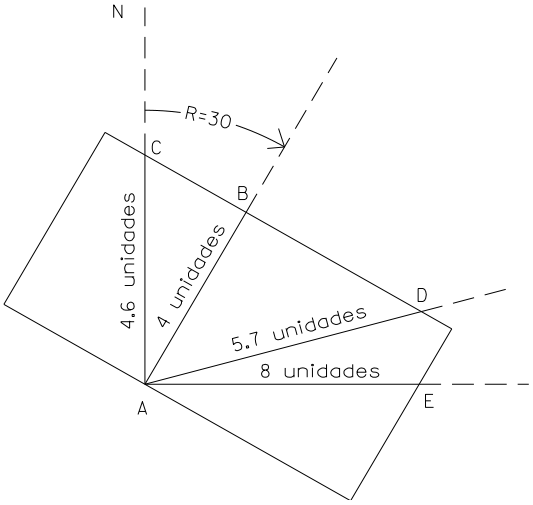


figura 2.24. Taludações segundo rumos diferentes

Da figura 2.24., tem-se $CAB = \lambda_C = 30^o$, $BAD = \lambda_D = 45^o$, $BAE = \lambda_E = 60^o$, donde

$$AC = \frac{4}{\cos 30^o} = 4.62\,,\ AD = \frac{4}{\cos 45^o} = 5.66\,,\ AE = \frac{4}{\cos 60^o} = 8.00$$

isto é, a taludação das linhas com as direcções pretendidas é igual a 1 em 4.62, 1 em 5.66 e 1 em 8.00.

Exemplo: a linha de maior declive de um plano inclinado é igual a 1 em 5 segundo o rumo 208º (figura 2.25.); em que direcção se poderá construir uma estrada com taludação 1 em 8?

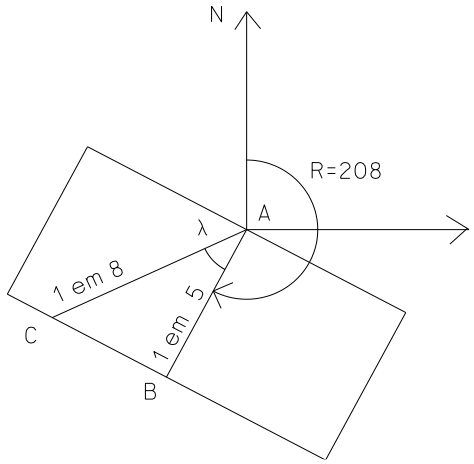


figura 2.25. Taludações segundo rumos diferentes

Da figura 2.25., tem-se $\lambda = \cos^{-1}\frac{5}{8} = 51^o 19'$; então, tem-se $R_{AC} = R_{AB} + \lambda = 259^o 19'$ ou $R_{AC} = R_{AB} - \lambda = 156^o 19'$.

Um problema comum consiste em, dadas as taludações e os rumos de duas linhas quaisquer A'C e A'D de um plano inclinado (com AA'=1), determinar a taludação e o rumo da linha de maior declive A'B; da figura 2.26. tem-se projectando ortogonalmente as linhas no plano horizontal:

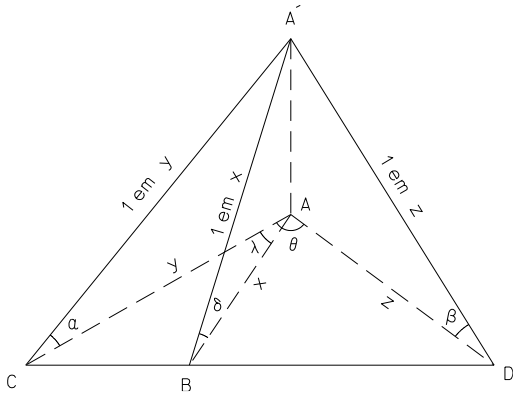


figura 2.26. Taludação e rumo da linha de maior declive de um plano

Do triângulo ABC tem-se $\frac{\sin 90^o}{y} \frac{\sin(180^o - 90^o - \lambda)}{x}$

donde

$$\frac{1}{y} = \frac{\cos\lambda}{x}$$

ou,

$$x = y\cos\lambda$$

do triângulo ACD tem-se:

$$\frac{\sin(90^o - \lambda)}{z} = \frac{\sin(\lambda - \theta)}{y}$$

ou

$$y = \frac{z\sin(\lambda - \theta)}{\cos\lambda};$$

juntando as duas expressões anteriores, tem-se:

$$x = \frac{z\sin(\lambda - \theta)}{\cos\lambda}\cos\lambda = z\sin(\lambda - \theta) = z(\sin\lambda\sin\theta + \cos\lambda\cos\theta);$$

então

$$y = \frac{x}{\cos\lambda} = z(\tan\lambda\sin\theta + \cos\theta)$$

ou

$$\tan\lambda = \frac{y}{z\sin\theta} - \cot\theta$$

e

$$\lambda = \tan^{-1}(\frac{y}{z\sin\theta} - \cot\theta);$$

como

$$y = \cot\alpha,\ z = \cot\beta,\ x = \cot\delta$$

então

$$\lambda = \tan^{-1}(\frac{\cot\alpha}{\cot\beta\sin\theta} - \cot\theta) = \tan^{-1}(\cot\alpha\tan\beta\,\mathrm{cosec}\theta - \cot\theta),$$

e como

$$x = \cot\alpha\cos\lambda,$$

tem-se

$$\cot\delta = \cot\alpha\cos\lambda$$

ou,

$$\tan\alpha = \tan\delta\cos\lambda.$$

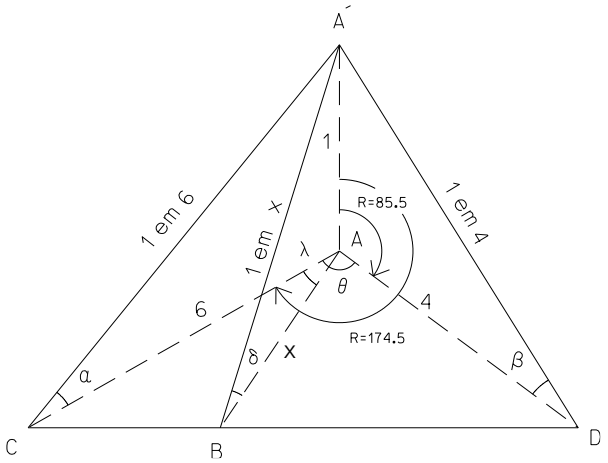
Exemplo: num dado plano inclinado, um troço de uma estrada tem taludação igual a 1 em 4 segundo o rumo 85º 30' e intersecta um troço de uma outra estrada cuja taludação é igual a 1 em 6, segundo o rumo 174º 30' (figura 2.27.); qual é taludação da linha de maior declive desse plano? e qual é o rumo dessa direcção?

$$\tan\alpha = \frac{1}{6},\ \cot\beta = \frac{4}{1} = 4,\ \theta = R_{AC} - R_{AD} = 89^{o},\ \lambda = \tan^{-1}\left(\frac{6}{4\sin 89^{o}} - \cot 89^{o}\right) = 56^{o}$$

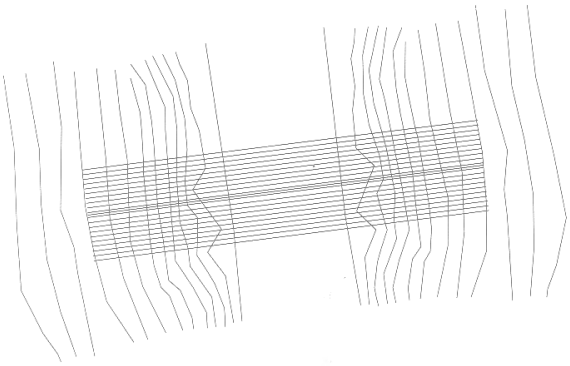
$$\frac{\cos\lambda}{x} = \frac{\sin 90^{o}}{6} \Rightarrow x = 6\cos 56^{o} = 3.35$$

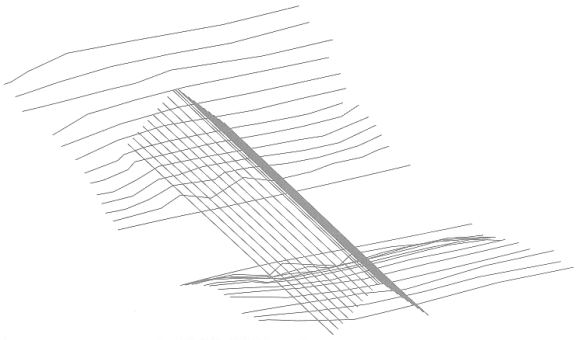
A taludação da linha de maior declive do plano inclinado considerado é igual a 1 em 3.35, segundo o rumo 118º 30'.

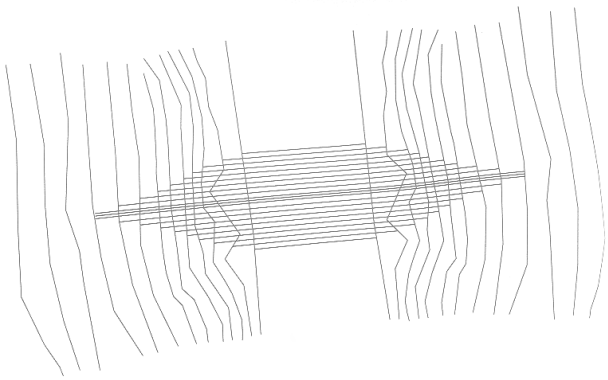
figura 2.27. Taludação e rumo da linha de maior declive de um plano

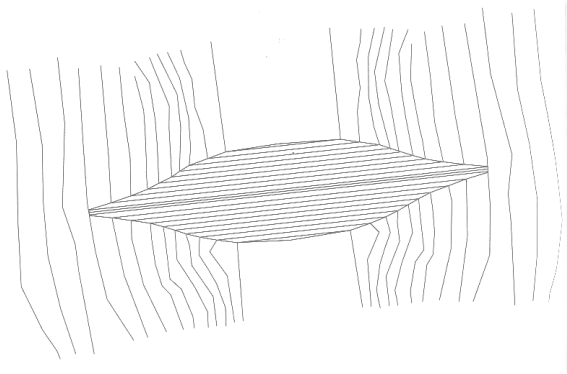


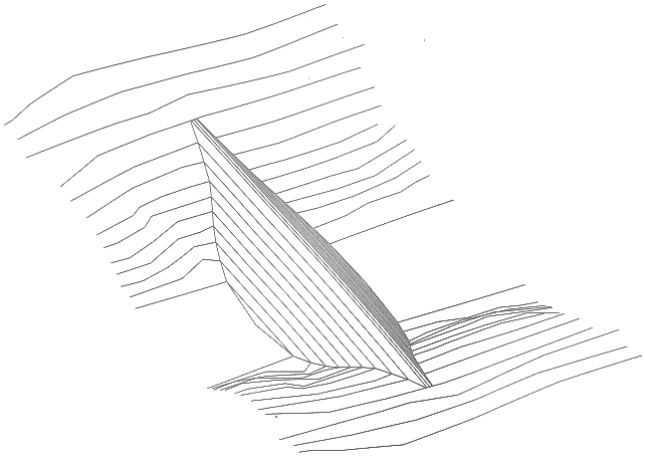
Exemplo: modelação da superfície de projecto de uma barragem de aterro em função dos declives (taludação) dos paramentos de montante e de jusante e da posição e largura do coroamento, assim como das curvas de nível

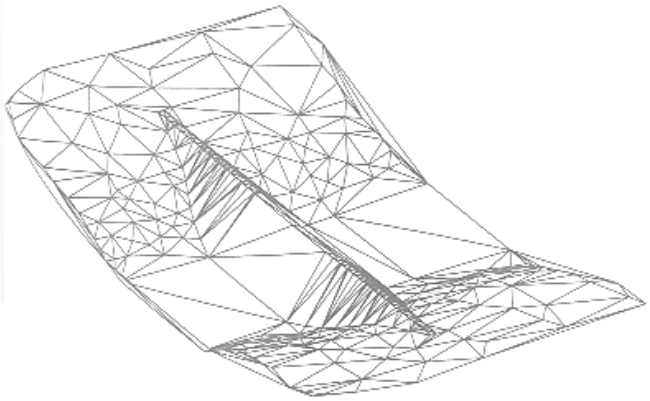


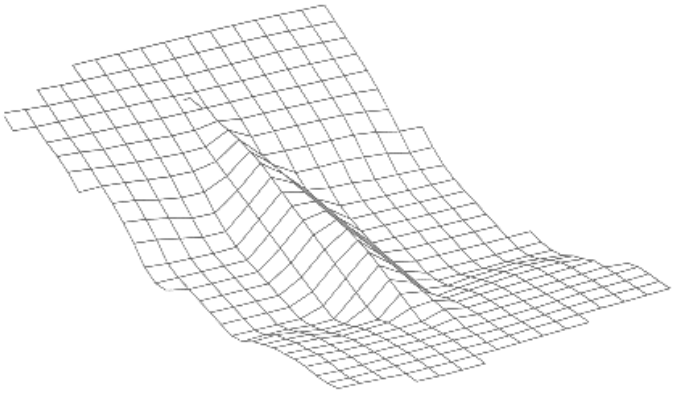












2.3. Área de figuras planas

Considerando o triângulo da figura 2.28., tem-se:

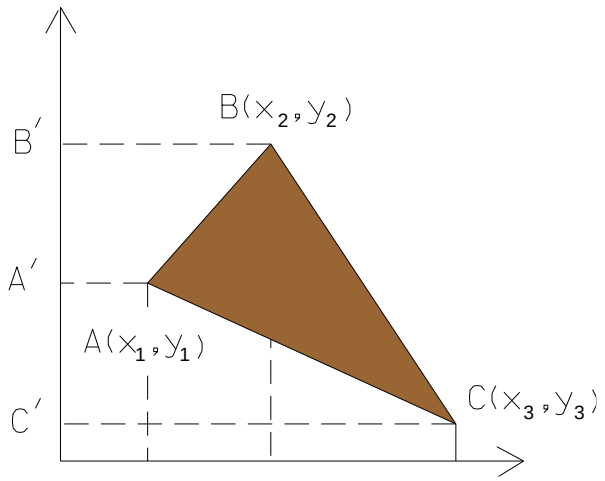


figura 2.28. Determinação da área de uma figura plana

$$\text{area } ABC = \text{area } B'BCC' - \text{area } B'BAA' - \text{area } A'ACC' = \frac{(x_2+x_3)(y_2-y_3)}{2} - \frac{(x_2+x_1)(y_2-y_1)}{2} - \frac{(x_1+x_3)(y_1-y_3)}{2}$$

$$2\,\text{area } ABC = x_2y_2 - x_3y_3 + x_3y_2 - x_2y_3 - x_2y_2 + x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_1 - x_1y_1 + x_3y_3 - x_3y_1 + x_1y_3 =$$

$$= x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3 - x_1y_3 - x_2y_3 - x_3y_1 .$$

Em termos gerais, a área de um polígono com n vértices é dada por

$$\boxed{A = \frac{1}{2}\sum y_i\,(x_{i+i} - x_{i-1}) = \frac{1}{2}\sum x_i\,(y_{i+1} - y_{i-1})}$$

(caso a área obtida seja negativa, ignora-se o sinal).

Exemplo: qual é a área da parcela de terreno cujos vértices têm as seguintes coordenadas?

	M	P
A	1000	1000
B	1200	840
C	1630	795
D	2000	1070
E	1720	1400
F	1310	1540
G	905	1135

$$A = \frac{1}{2}(1000*840 + 1200*795 + 1630*1070 + 2000*1400 + 1720*1540 + 1310*1135 + 905*1000) -$$

$$\frac{1}{2}(1000*1135 + 1200*1000 + 1630*840 + 2000*795 + 1720*1070 + 1310*1400 + 905*1540)$$

$$= \frac{11378750}{2} - \frac{10362300}{2} = 508225\ m^2 = 50.8225\,ha\ .$$

Exemplo: considere a área compreendida entre o terreno natural e a superfície de projecto de uma auto-estrada, área essa definida pelos pontos A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L e M da figura 2.29.; sendo as taludações laterais iguais a 1 em 1½ do lado esquerdo e 1 em 2 do lado direito, calcule essa área.

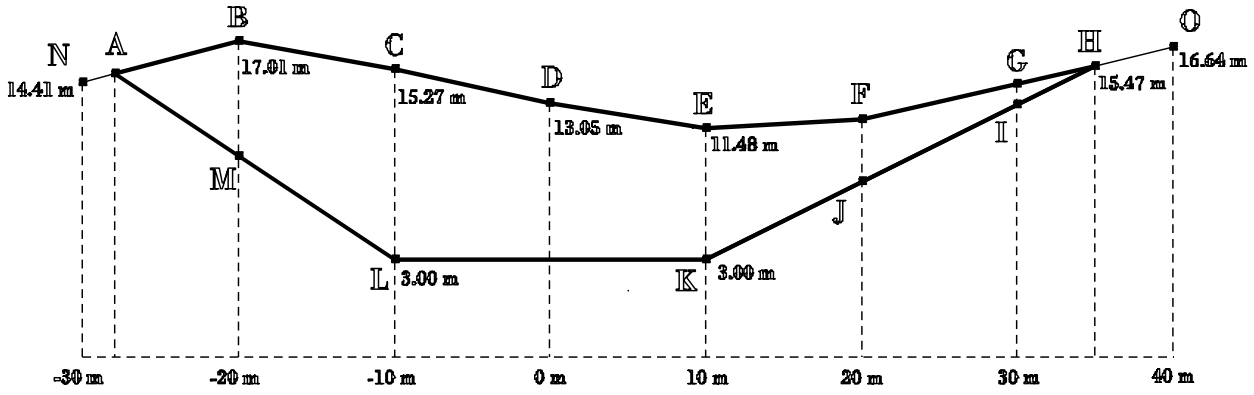
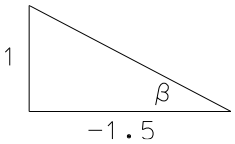


figura 2.29. Área definida pelos respectivos vértices

a) coordenadas do ponto A:

declive do segmento AL: $\tan\beta = \dfrac{1}{-1.5} = -0.6667$;



no ponto L: $y_L = \tan\beta\, x_L + b \Rightarrow b = -3.6667\text{m}$;

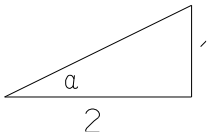
no ponto M: $y_M = \tan\beta\, x_M + b = 9.6667\text{m}$

o ponto A encontra-se na intersecção dos segmentos AL e NB:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x_L - x_M}{x_L - x_A} = \dfrac{y_L - y_M}{x_L - x_A} \Rightarrow 10(3 - y_A) = -6.667(-10 - x_A) \\ \dfrac{x_B - x_N}{x_B - x_A} = \dfrac{y_B - y_N}{y_B - y_A} \Rightarrow 10(17.01 - y_A) = 2.6(-20 - x_A) \end{array}\right\} \quad x_A = -27.92\text{ m};\ y_A = 14.95\text{ m}$$

b) coordenadas do ponto H:

declive do segmento KH: $\tan\alpha = \frac{1}{2} = 0.5$

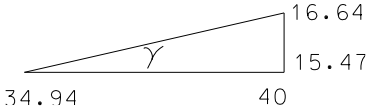


no ponto K: $y_K = \tan\alpha\, x_K + b \Rightarrow b = -2\,\text{m}$;

no ponto H: $y_H = \tan\alpha\, x_H + b \Rightarrow x_H = 34.94\,\text{m}$

c) coordenadas do ponto F:

declive do segmento OF: $\tan\gamma = 0.2312$



no ponto H: $y_H = \tan\gamma\, x_H + b \Rightarrow b = 7.39\,\text{m}$;

no ponto F: $y_F = \tan\gamma\, x_F + b = 12.02\,\text{m}$

d) a área da secção pretendida é dada por

$$A = \frac{1}{2}\sum x_{i+1}y_i - \frac{1}{2}\sum x_i y_{i+1} = \frac{1}{2}(351.9188 - (-495.8992)) = 423.9090\,\text{m}^2$$

2.4. Secções transversais

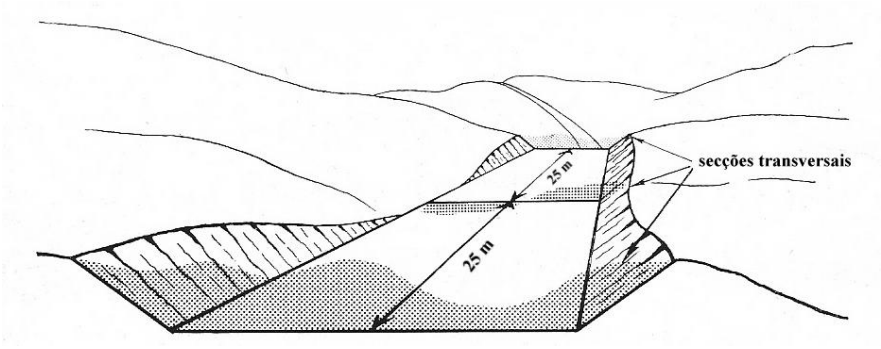


figura 2.30. Secções transversais ao longo do traçado

Valores usuais V:H para taludes de escavação ou corte (recomenda-se o estudo para cada caso) são:

- terra vegetal: 1/2 (inclinação=26.5º)
- areia: 3/5 (inclinação=30.9º)
- argila: 4/5 (inclinação=38.6º)
- terreno rochoso: 1/1 (inclinação=45º)
- rocha: 90º

Em geral, os taludes de aterro devem ser menos inclinados, utilizando-se valores 1/4, 1/3, 1/2, 2/3.

Uma secção transversal resulta da intersecção de um plano vertical perpendicular ao eixo da via com o terreno natural (figura 2.30.). Para cada secção transversal, define-se b como a largura da estrada, h como a altura (diferença no eixo entre a cota do terreno natural e a cota de projecto para o pavimento da estrada), $w=w_L+w_R$ como a abertura e m como a taludação das bermas.

Há três tipos possíveis de configuração para uma secção transversal:

a) o terreno natural é plano e horizontal
b) o terreno natural é plano e inclinado
c) o terreno natural é irregular

a) No primeiro caso tem-se, da figura 2.31., sendo A a área da secção considerada (neste caso área de escavação):

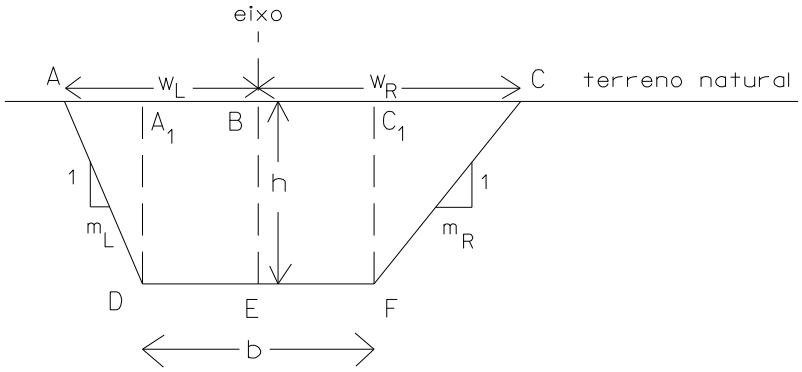


figura 2.31. Escavação em terreno plano e horizontal, taludações das bermas diferentes

$$\Delta CC_1F: \frac{CC_1}{m_R} = \frac{h}{1} \Rightarrow CC_1 = m_R h$$

$$w_R = \frac{b}{2} + m_R h$$

$$\Delta AA_1D: \frac{AA_1}{m_L} = \frac{h}{1} \Rightarrow AA_1 = m_L h$$

$$w_L = \frac{b}{2} + m_L h$$

$$A_e = bh + \frac{1}{2} m_L h^2 + \frac{1}{2} m_R h^2 = h(b + m_L \frac{h}{2} + m_R \frac{h}{2})$$

Se m_L=m_R=m tem-se: $A_e = h(b + mh)$.

Exemplo: considere a secção da figura 2.32. efectuada num terreno plano e horizontal, em que h=2 m e b=6 m. Sabendo que a área desse secção é A=18 m^2, qual é a relação entre as taludações n e m de cada uma das bermas?

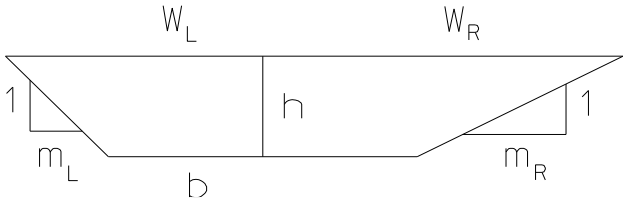


figura 2.32.

$$A = \frac{1}{2} h m_L h + bh + \frac{1}{2} h m_R h = (m_L + m_R)\frac{h^2}{2} + bh \Rightarrow m_L + m_R = 2\frac{A - bh}{h^2} = 3 .$$

Pode concluir-se que, mantendo-se os valores de h e de b, qualquer combinação de m_L e m_R que verifique a relação m_L+m_R=3 dá origem a uma secção de área igual a 18 m^2.

b) No segundo caso, com o terreno plano e inclinado, pode existir apenas escavação (ou aterro) ou escavação e aterro; a figura 2.34. representa o caso em que existe aterro (h>0), tendo-se:

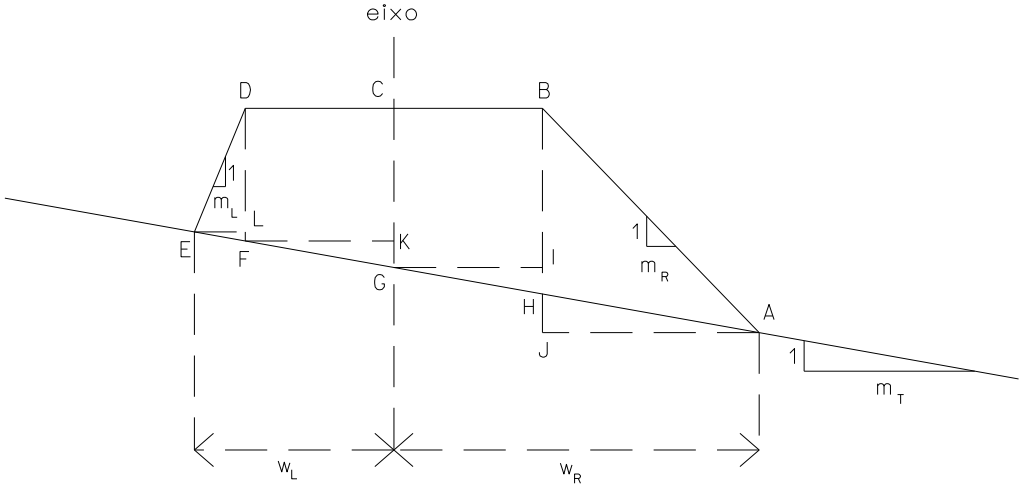


figura 2.33. Aterro em terreno plano e inclinado, taludações das bermas diferentes

$$A_a = \text{area AHB} + \text{area BHFD} + \text{area DFE} = \frac{1}{2} h_R d_R + bh + \frac{1}{2} h_L d_L$$

onde $h_R = BH$, $d_R = AJ$, $h_L = DF$, $d_L = EF$, $h = CG$, $b = BD$, $w_L = \frac{b}{2} + d_L$, $w_R = \frac{b}{2} + d_R$.

Do triângulo GHI tem-se $\frac{\frac{b}{2}}{m_T} = \frac{h_R - h}{1} \Rightarrow h_R = h + \frac{b}{2m_T}$.

Do triângulo FGK tem-se $\frac{\frac{b}{2}}{m_T} = \frac{h - h_L}{1} \Rightarrow h_L = h - \frac{b}{2m_T}$.

De $\frac{d_R}{m_T} = \frac{HJ}{1} \Rightarrow HJ = \frac{d_R}{m_T}$ e de $\frac{h_R + HJ}{1} = \frac{d_R}{m_R} \Rightarrow h_R + HJ = \frac{d_R}{m_R}$ tem-se $d_R = \frac{h_R}{\frac{1}{m_R} - \frac{1}{m_T}}$.

De $\frac{d_L}{m_T} = \frac{LF}{1} \Rightarrow LF = \frac{d_L}{m_T}$ e de $\frac{h_L - LF}{1} = \frac{d_L}{m_L} \Rightarrow h_L - LF = \frac{d_L}{m_R}$ tem-se $d_L = \frac{h_L}{\frac{1}{m_L} + \frac{1}{m_T}}$.

Então,

$$A_a = \frac{1}{2}(h + \frac{b}{2m_T})^2 \frac{1}{\frac{1}{m_R} - \frac{1}{m_T}} + hb + \frac{1}{2}(h - \frac{b}{2m_T})^2 \frac{1}{\frac{1}{m_L} + \frac{1}{m_T}} = \frac{1}{8m_T}\left(\frac{(2hm_T + b)^2 m_R}{m_T - m_R} + \frac{(b - 2hm_T)^2 m_L}{m_T + m_L}\right) + hb.$$

No caso de $m = m_R = m_L$, tem-se:

$$A_a = \frac{m(h^2 m_T{}^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + bhm)}{m_T{}^2 - m^2} + bh = \frac{1}{2m}\left(\left(\frac{b}{2} + mh\right)(w_L + w_R) - \frac{b^2}{2}\right), \; w_R = \left(\frac{b}{2} + mh\right)\frac{m_T}{m_T - m}, \; w_L = \left(\frac{b}{2} + mh\right)\frac{m_T}{m_T + m}.$$

A figura 2.34. representa o caso em que numa mesma secção existe aterro e escavação. Neste caso tem-se, no eixo, h>0, isto é, escavação; sendo $h_L = AL$, $h = EH$, $h_R = CG$, $w_L = (\frac{b}{2} + m_L h)\frac{m_T}{m_T - m_L}$, $w_R = (\frac{b}{2} - m_R h)\frac{m_T}{m_T - m_R}$, do triângulo ALF tem-se $\frac{h_L}{1} = \frac{LF}{m_L} \Rightarrow h_L = \frac{w_L - \frac{b}{2}}{m_L} = \frac{2w_L - b}{2m_L}$;

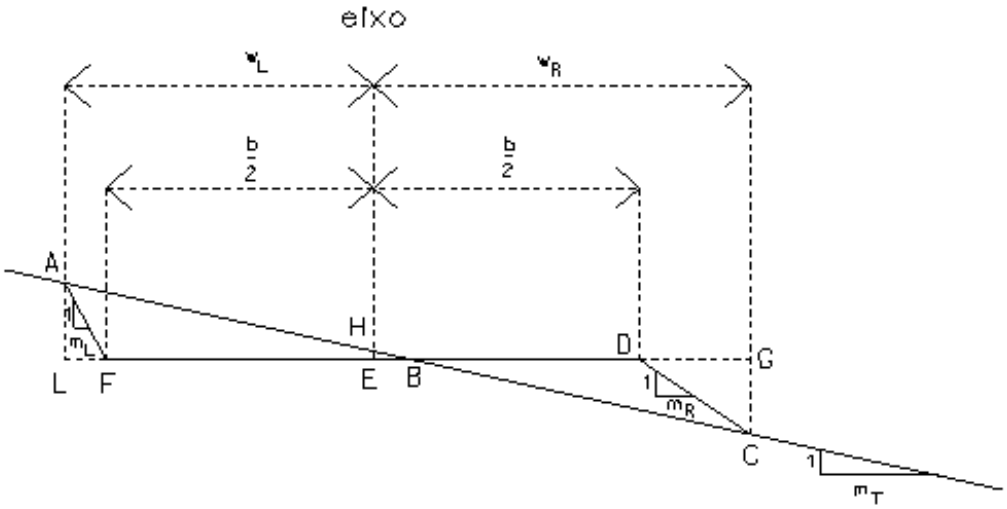


figura 2.34. Aterro e escavação em terreno plano e inclinado, taludações das bermas diferentes

do triângulo BEH tem-se $\frac{BE}{m_T} = \frac{h}{1} \Rightarrow BE = m_T h$; do triângulo CDG tem-se $\frac{h_R}{1} = \frac{DG}{m_R} \Rightarrow h_R = \frac{w_R - \frac{b}{2}}{m_R} = \frac{2w_R - b}{2m_R}$;

então, para as áreas de escavação e aterro tem-se:

$$A_e = \frac{1}{2} BL\, h_L - \frac{1}{2} FL\, h_L = \frac{1}{2} h_L (BL - FL) = \frac{1}{2} h_L BF = \frac{1}{2} h_L (EF + EB) = \frac{1}{2} \frac{2w_L - b}{2m_L} (\frac{b}{2} + hm_T) =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(m_L + \frac{b}{2}) \frac{2m_T}{m_T - m_L} - b}{2m_L} (\frac{b}{2} + hm_T) = \frac{1}{2} \frac{(hm_L + \frac{b}{2}) 2m_T - bm_T + bm_L}{2m_L (m_T - m_L)} (\frac{b}{2} + hm_T) = \frac{1}{2} \frac{2m_T m_L + bm_T + bm_L}{2m_L (m_T - m_L)} (\frac{b}{2} + hm_T) =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{m_L (2hm_T + b)}{2m_L (m_T - m_L)} (\frac{b}{2} + hm_T) = \frac{1}{2} \frac{2hm_T + b}{2(m_T - m_L)} \frac{b + 2hm_T}{2} = \frac{1}{2} \frac{(2km_T + b)^2}{4(m_T - m_L)} = \frac{1}{2} \frac{(hm_T + \frac{b}{2})^2}{m_T - m_L} ;$$

$$A_a = \frac{1}{2} BG\, h_R - \frac{1}{2} DG\, h_R = \frac{1}{2} h_R (BG - DG) = \frac{1}{2} h_R BD = \frac{1}{2} h_R (ED - EB) = \frac{1}{2} \frac{2w_R - b}{2m_R} (\frac{b}{2} - hm_T) =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(\frac{b}{2} - hm_R) \frac{2m_T}{m_T - m_R} - b}{2m_R} (\frac{b}{2} - hm_T) = \frac{1}{2} \frac{(\frac{b}{2} - hm_R) 2m_T - bm_T + bm_R}{2m_R (m_T - m_R)} (\frac{b}{2} - hm_T) = \frac{1}{2} \frac{-2hm_R m_T + bm_T - bm_T + bm_R}{2m_R (m_T - m_R)} (\frac{b}{2} - hm_T) =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{m_R (b - 2hm_T)}{2m_R (m_T - m_R)} (\frac{b}{2} - hm_T) = \frac{1}{2} \frac{b - 2hm_T}{2(m_T - m_R)} \frac{b - 2hm_T}{2} = \frac{1}{2} \frac{(b - 2hm_T)^2}{4(m_T - m_R)} = \frac{1}{2} \frac{(\frac{b}{2} - hm_T)^2}{m_T - m_R}$$

Se ocorrer o caso de existir aterro no eixo (h<0), as expressões para as áreas de escavação e aterro são:

$$A_e = \frac{1}{2}\frac{(\frac{b}{2} - hm_T)^2}{m_T - m_L}$$

$$A_a = \frac{1}{2}\frac{(\frac{b}{2} + hm_T)^2}{m_T - m_R}$$

Exemplo: A estrada de acesso a uma antena, com largura igual a 5 metros e com comprimento igual a 50 m, deve subir com taludação igual a 1 em 15 ao longo de uma encosta cuja taludação é igual a 1 em 10 (figura 2.35.). Supondo que as áreas de escavação e aterro devem equivaler-se, determine a abertura do lado da escavação e o volume de escavação, supondo que as taludações são iguais a 1 em 1 na berma em escavação e 1 em 2 na berma em aterro (no eixo h>0).

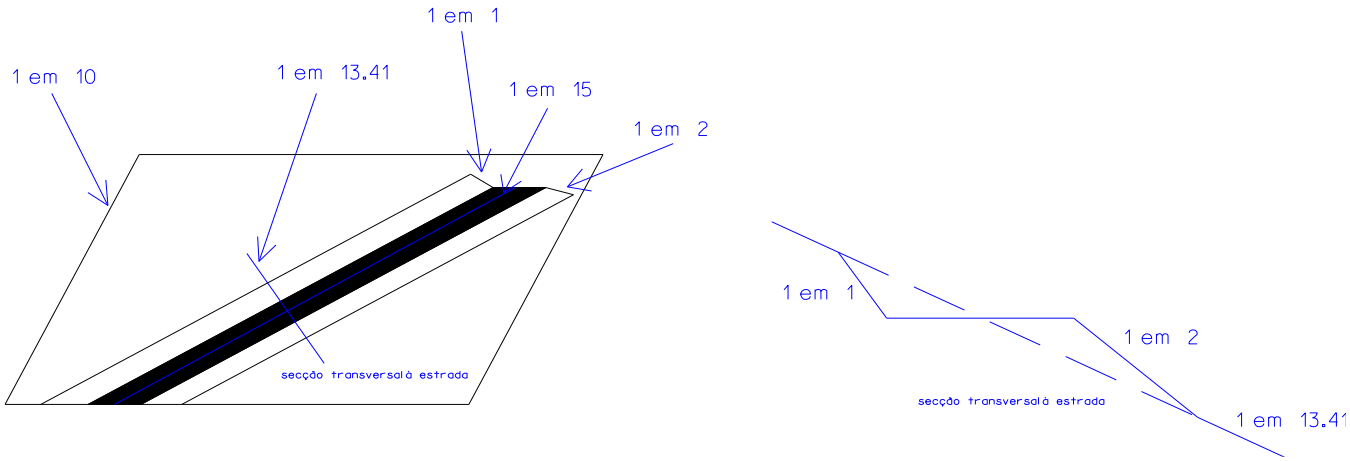


figura 2.35. Estrada ao longo de um plano inclinado

A taludação da encosta é igual à taludação da linha de maior declive desse plano: 1 em 10; a taludação da estrada (do respectivo eixo) é igual a 1 em 15, de forma a que o declive da encosta seja mais fácil de vencer. Pretende-se determinar a taludação da secção transversal à estrada.

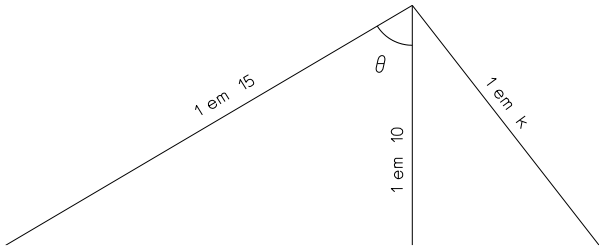


figura 2.36.

Da figura 2.36. tem-se $\cos\theta = \frac{10}{15} \Rightarrow \theta = 48^{o}.1897$; $\cos(90^{o} - \theta) = \sin\theta = \frac{10}{k} \Rightarrow k = 13.41$;

se h>0 então há escavação no eixo, donde, de A_e=A_a, tem-se: $h = \frac{\frac{b}{2}\left(\sqrt{\frac{m_T - m_L}{m_T - m_R}} - 1\right)}{m_T\left(1 + \sqrt{\frac{m_T - m_L}{m_T - m_R}}\right)}$ =0.004 m;

pode assim calcular-se $W_L = \left(\frac{b}{2} + m_L h\right)\frac{m_T}{m_T - m_L} = 2.706\,m$;

daqui tem-se $A_e = 0.263\,m^2$, $V_e = 50 * A_e = 13.150\,m^3$;

c) No terceiro caso (figura 2.37.), o terreno é irregular, isto é, tem taludações diferentes. No caso de as taludações das duas bermas serem iguais, (m_L=m_R) tem-se:

$$w_L = (\frac{b}{2} + mh)\frac{m_{T_R}}{m_{T_L} - m}, \quad w_R = (\frac{b}{2} + mh)\frac{m_{T_L}}{m_{T_L} - m}, \quad A = \frac{1}{2m}\left[(w_R + w_L)(mh + \frac{b}{2}) - \frac{b^2}{2}\right]$$

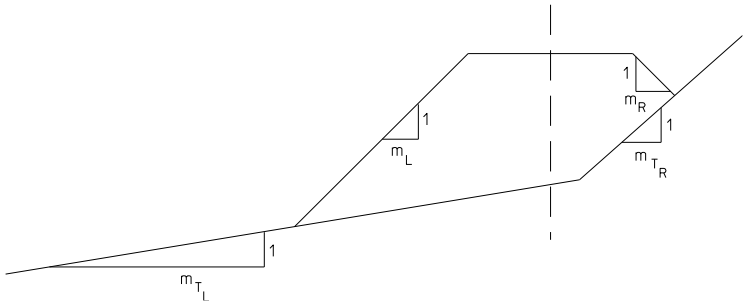


figura 2.37. Aterro em terreno irregular

2.4. Cálculo de volumes de movimento de terras

As operações de movimento de terras consistem no transporte de material de forma a ser estabelecida uma superfície pré-determinada (superfície de projecto), com a correspondente determinação do volume do material movimentado. Num projecto de estradas, o cálculo do volume de terras a ser escavado, movimentado (retirado) e, eventualmente, utilizado como aterro noutros locais deve ser efectuado com rigor, por exemplo através da utilização de secções transversais ao traçado, aproveitando os perfis transversais que foram realizados após a piquetagem do eixo, em geral de 25 em 25 m (figura 2.38.).

O estudo pormenorizado dos trabalhos relacionados com o movimento de terras é de grande importância pois eles correspondem a uma grande parcela do orçamento da obra. Segundo a classificação mais usada, os materiais a escavar e para os quais são normalmente atribuídos preços distintos são a) rocha dura, b) rocha branda, c) terra dura, d) terra compacta, e)

terra franca, f) areia. Nos projectos elaborados em Portugal, como por exemplo terraplenagens abrangendo a movimentação de grandes volumes de terras, nem sempre é tomado em consideração o empolamento das terras, que por vezes chega a ser apreciável pois que 1 m^3 de terreno pode ocupar depois de escavado 1.1 a 1.4 m^3, segundo se trate de terras brandas e areias ou de rocha. Efectuado o cálculo sem atender ao empolamento, verificar-se-á um excesso de terras a conduzir a depósito, pois mesmo que essas terras sejam compactadas convenientemente, os aterros geralmente não recebem a totalidade do volume retirado das escavações, que por não ter sido considerado, não será remunerado.

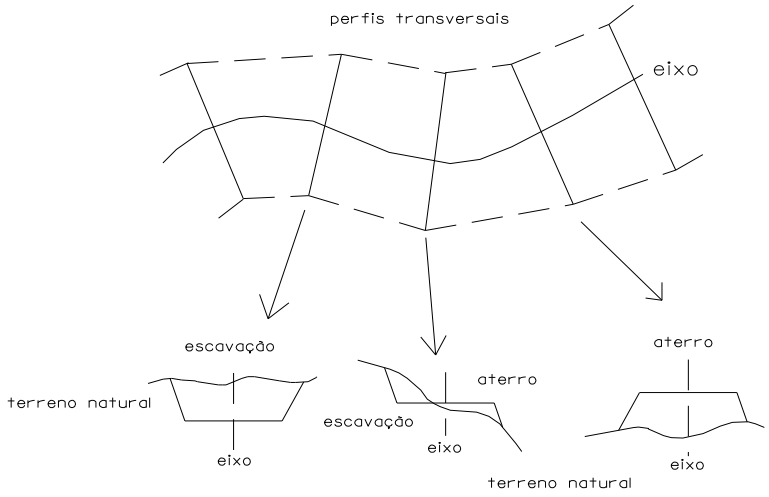


figura 2.38. Perfis transversais ao eixo e respectivas secções

Para o cálculo de volumes através das áreas das secções extremas pode utilizar-se a expressão aproximada

$$V = \frac{A_0 + A_1}{2} d \,,$$

segundo a qual o volume entre cada duas secções é igual à média das áreas A_0 e A_1 dessas secções multiplicado pela distância d entre elas (figura 2.39.).

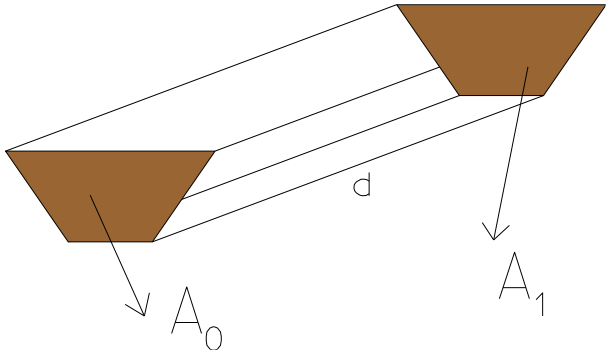
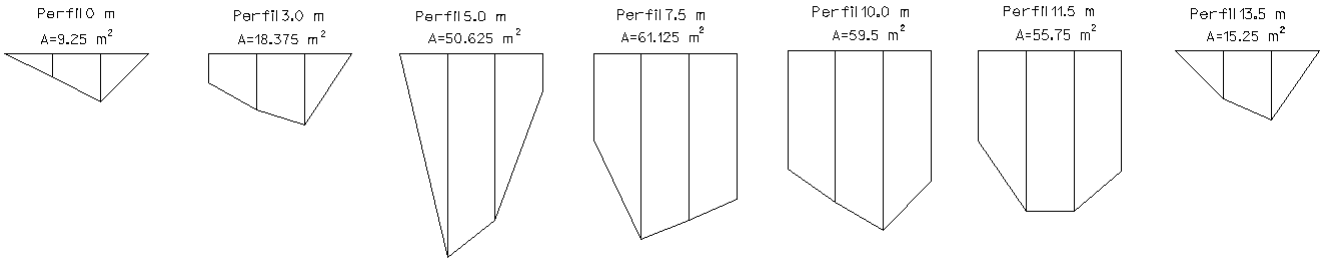


figura 2.39. Volume limitado pelas secções A_0 e A_1 separadas pela distância d

Exemplo: em planta, uma vala para irrigação mede 7.5 m de largura por 13.5 m de comprimento. Utilizando a tabela seguinte, que traduz a profundidade, em metros, nos pontos indicados, estime o volume de escavação que foi necessário efectuar (supondo naturalmente o terreno original horizontal).

m/m	0	3.0	5.0	7.5	10.0	11.5	13.5
0	0.0	1.5	0.0	4.5	6.2	4.7	0.0
2.5	1.2	2.9	10.6	9.7	7.9	8.4	2.5
5.0	2.5	3.7	8.7	8.7	9.4	8.4	3.6
7.5	0.0	0.0	1.9	7.6	6.8	6.3	0.0

Considerando os 7 perfis transversais seguintes, tem-se:



$$A_1 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{5.0}{2.5}\ \frac{2.5}{1.2}\ \frac{0}{0}\right] = 9.25\ \mathrm{m}^2$$

$$A_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{5.0}{3.7}\ \frac{2.5}{2.9}\ \frac{0}{1.5}\ \frac{0}{0}\right] = 18.375\ \mathrm{m}^2$$

$$A_3 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{7.5}{1.9}\ \frac{5.0}{8.7}\ \frac{2.5}{10.6}\ \frac{0}{0}\right] = 50.625\ \mathrm{m}^2$$

$$A_4 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{7.5}{7.6}\ \frac{5.0}{8.7}\ \frac{2.5}{9.7}\ \frac{0}{4.5}\ \frac{0}{0}\right] = 61.125\ \mathrm{m}^2$$

$$A_5 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{7.5}{6.8}\ \frac{5.0}{9.4}\ \frac{2.5}{7.9}\ \frac{0}{6.2}\ \frac{0}{0}\right] = 59.5\ \mathrm{m}^2$$

$$A_6 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{7.5}{6.3}\ \frac{5.0}{8.4}\ \frac{2.5}{8.4}\ \frac{0}{4.7}\ \frac{0}{0}\right] = 55.75\ \mathrm{m}^2$$

$$A_7 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{5.0}{3.6}\ \frac{2.5}{2.5}\ \frac{0}{0}\right] = 15.25\ \mathrm{m}^2$$

$$V_1 = \frac{1}{2}(A_1 + A_2)\times 3 = 41.4375\ \mathrm{m}^3$$

$$V_2 = \frac{1}{2}(A_2 + A_3)\times 2 = 69.0\ \mathrm{m}^3$$

$$V_3 = \frac{1}{2}(A_3 + A_4)\times 2.5 = 139.6875\ \mathrm{m}^3$$

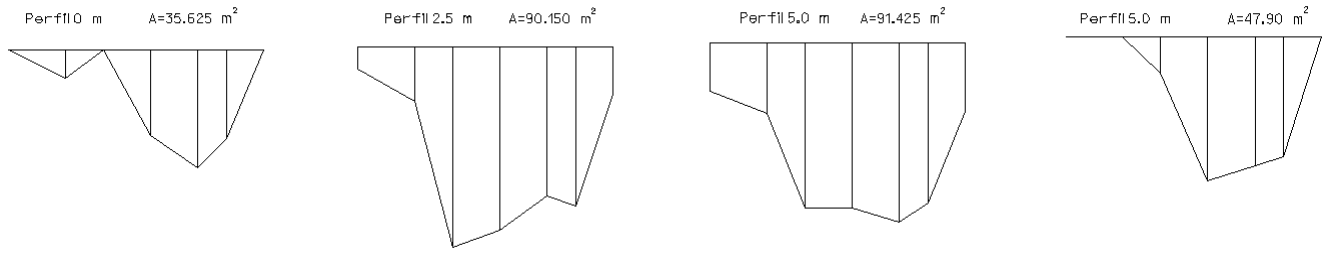
$$V_4 = \frac{1}{2}(A_4 + A_5)\times 2.5 = 150.78125\ \mathrm{m}^3$$

$$V_5 = \frac{1}{2}(A_5 + A_6)\times 1.5 = 86.4375\ \mathrm{m}^3$$

$$V_6 = \frac{1}{2}(A_6 + A_7)\times 2 = 71.0\ \mathrm{m}^3$$

O volume total é então V_{total}=558.34375 m^3.

Como alternativa, podem utilizar-se os 4 perfis longitudinais seguintes (V_{total}= 562.84375 m^3):



Exemplo: No caso do terreno ser plano e horizontal e as taludações das bermas serem iguais, tem-se $A_0 = h_0(b + mh_0)$, $A_1 = h_1(b + mh_1)$, onde h_0 e h_1 são as alturas de projecto no eixo nas 2 secções e m a taludação das bermas, donde $V = \frac{d}{2}(bh_0 + mh_0^2 + bh_1 + mh_1^2)$.

Um prismóide é definido como um sólido tendo duas faces paralelas, A e B, que podem ter qualquer configuração, desde que as superfícies que unem os respectivos perímetros sejam geradas por linhas rectas (figura 2.40.). A expressão para o cálculo do volume de um prismóide é:

$$V_p = \frac{h(A + 4M + B)}{6}$$

onde h é a distância ortogonal entre A e B, e M é a área da secção a meia distância entre A e B.

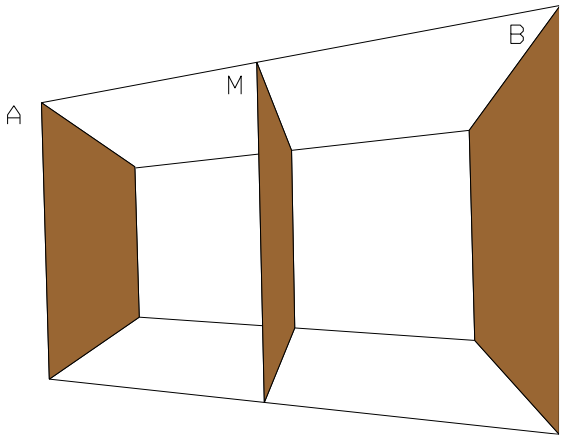


figura 2.40. Prismóide

Exemplo: no caso do exemplo anterior, para se obter um valor mais rigoroso do volume entre as duas secções extremas consideradas, utiliza-se a expressão do volume prismoidal $V_P = \frac{A_0 + 4A_m + A_1}{6} d$, onde A_m representa a área da secção à distância d/2; no caso do terreno ser plano e horizontal, tem-se

$$A_m = \frac{h_0 + h_1}{2}(b + m\frac{h_0 + h_1}{2}) = \frac{bh_0}{2} + \frac{bh_1}{2} + \frac{mh_0{}^2}{4} + \frac{mh_1{}^2}{4} + \frac{mh_0h_1}{2}$$

e portanto

$$V_p = \frac{d}{6}(bh_0 + mh_0{}^2 + 2bh_0 + 2bh_1 + mh_0{}^2 + mh_1{}^2 + 2mh_0h_1 + bh_1 + mh_1{}^2) =$$

$$= \frac{d}{6}(3bh_0 + 2mh_0{}^2 + 3bh_1 + 2mh_1{}^2 + 2mh_0h_1) = \frac{d}{2}(bh_0 + \frac{2}{3}mh_0{}^2 + bh_1 + \frac{2}{3}mh_1{}^2 + \frac{2}{3}mh_0h_1).$$

Sendo $w_1=(w_L+w_R)_1$ e b_1 a abertura e a largura da secção A e $w_2=(w_L+w_R)_2$, b_2 a abertura e a largura da secção B, onde

$$A = \frac{w_1b_1}{2},\ B = \frac{w_2b_2}{2},\ M = \frac{1}{2}\frac{w_1 + w_2}{2}\frac{b_1 + b_2}{2},$$

o volume prismoidal V_p compreendido entre A e B pode obter-se através da expressão:

$$V_p = \frac{d}{6}\left(\frac{w_1b_1}{2} + 2\frac{w_1 + w_2}{2}\frac{b_1 + b_2}{2} + \frac{w_2b_2}{2}\right) = \frac{d}{12}\left(w_1b_1 + w_2b_2 + w_1b_1 + w_1b_2 + w_2b_1 + w_2b_2\right) = \frac{d}{12}\left(2w_1b_1 + 2w_2b_2 + w_1b_2 + w_2b_1\right)$$

A utilidade da fórmula $V_P = \frac{A_0 + 4A_m + A_1}{6} d$ pode verificar-se aplicando-a a sólidos simples (tabela 2.1.).

Pondo $V = V_P + C_P$, onde C_P é a correcção prismoidal a aplicar ao volume V obtido a partir das áreas das secções extremas para se obter o volume prismoidal V_p (isto é, $V_p=V-C_p$), tem-se:

$$C_p = V - V_p = \frac{d}{2}(\frac{mh_0{}^2}{3} + \frac{mh_1{}^2}{3} - \frac{2}{3}mh_0h_1) = \frac{d}{6}(mh_0{}^2 + mh_1{}^2 - 2mh_0h_1) = \frac{d}{6}m(h_0 - h_1)^2 .$$

No caso mais geral de terreno inclinado, tem-se

$$C_p = \frac{d}{6}m(h_0 - h_1)^2\frac{m_T{}^2}{m_T{}^2 - m^2} .$$

Sendo conhecidos w e b, tem-se:

$$C_p = \frac{d}{12}(w_1 - w_2)(b_1 - b_2).$$

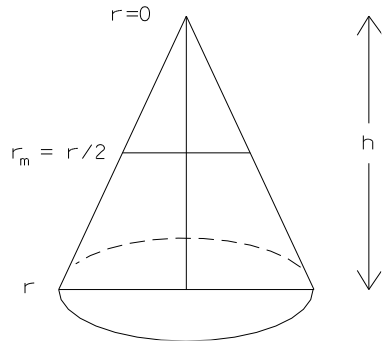
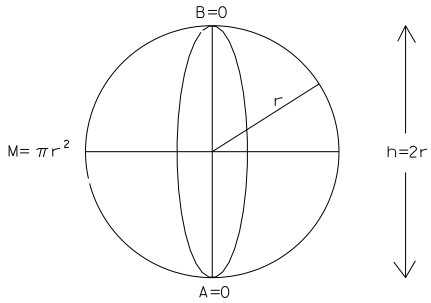
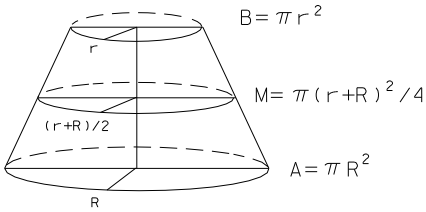
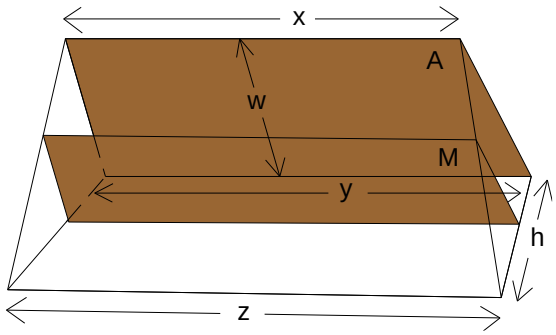
cone: $V_p = \dfrac{h\left(\pi r^2 + 4\pi\left(\dfrac{r}{2}\right)^2 + 0\right)}{6} = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$	
esfera: $V_p = \dfrac{2r\left(0 + 4\pi r^2 + 0\right)}{6} = \dfrac{4\pi r^3}{3}$	
tronco de cone: $V_p = \dfrac{h\left(\pi R^2 + \dfrac{4\pi(r+R)^2}{4} + \pi r^2\right)}{6} = \dfrac{\pi h\left(R^2 + r^2 + rR\right)}{3}$	
"cunha": $V_p = \dfrac{h\left(\dfrac{w(x+y)}{2} + \dfrac{4w\left((x+z)+(z+y)\right)}{8} + 0\right)}{6} = \dfrac{wh(x+y+z)}{6}$	

tabela 2.1. No caso da "cunha", x é a largura do topo da secção mais afastada, y é a largura da base dessa mesma secção (w é a altura) e z é a largura da secção mais próxima; assim, (x+y)/2 é a largura média da secção mais afastada e, para a secção média, as larguras do topo e da base são ((x+z)+(z+y))/4 e a respectiva altura é w/2

Designa-se excentricidade e do centróide de uma secção transversal em relação ao respectivo eixo (no caso da figura 2.41. a secção é em aterro) à distância horizontal entre o eixo OD da via de comunicação e o centróide da secção, tendo-se

$$e = \frac{w_L - w_R}{3} \frac{A_T}{A},$$

onde A é a área da secção ABCDE considerada e A_T é a secção OCDE (OD=6.00 m).

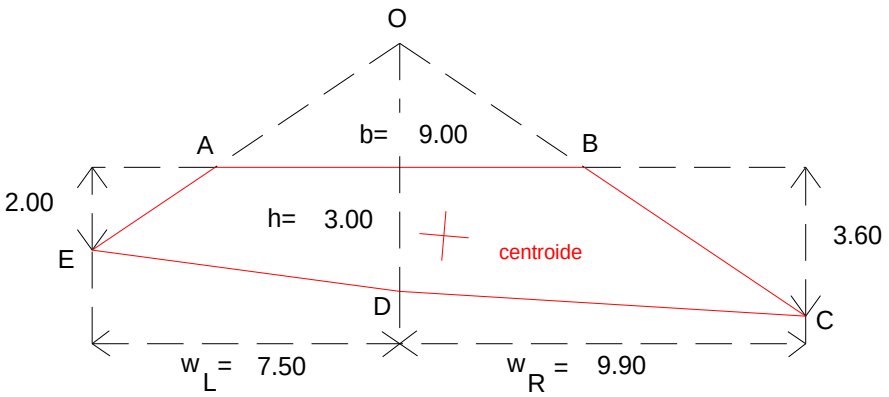


figura 2.41. Definição da excentricidade do centróide de uma secção transversal em relação ao eixo (secção em aterro)

Exemplo: relativamente à figura 2.41. tem-se $A = 38.70\ m^2$, $A_T = 52.20\ m^2$, $e = \frac{9.90 - 7.50}{3} \frac{52.20}{38.70} = 1.08\ m$

Exemplo: Calcular a excentricidade do centróide da secção transversal representada na figura 2.42. (OD=10.10 m).

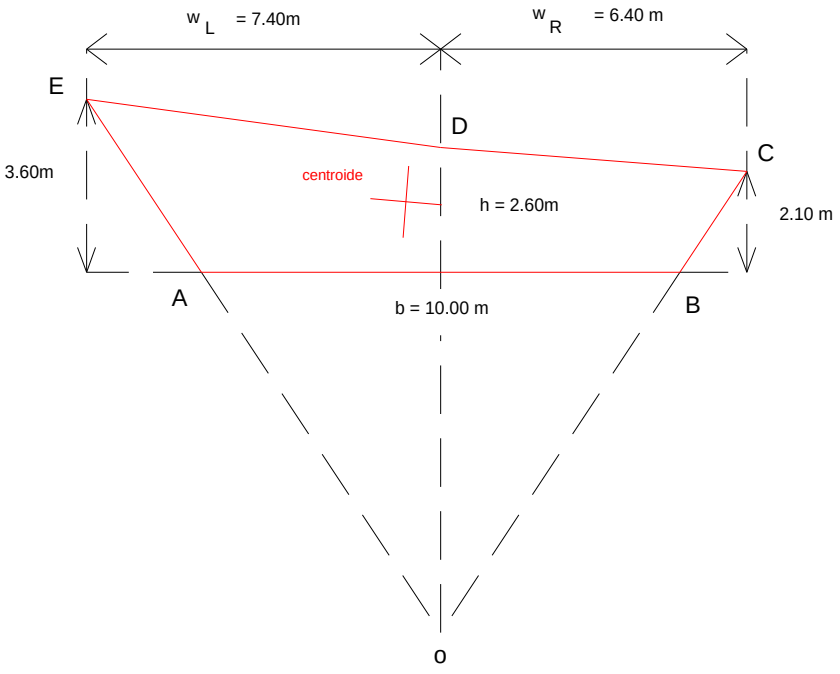


figura 2.42. Definição da excentricidade do centróide de uma secção transversal em relação ao eixo (secção em escavação)

O método de cálculo de volumes aplica-se no caso em que as secções consecutivas formam troços rectilíneos; para o cálculo de volumes em troços curvilíneos (figura 2.43.), as sucessivas secções transversais são radiais pelo que é necessário calcular a correcção respectiva. Uma área plana girando em torno de um eixo gera um volume igual ao produto dessa área pelo comprimento do percurso efectuado pelo centro de massa da área considerada. Sendo C_c a correcção de curvatura, igual à diferença entre o volume V_c correcto e o volume V obtido considerando as áreas das secções extremas S_0 e S_1, R o raio do eixo da estrada, e a excentricidade da secção transversal (distância horizontal entre o eixo e o centro de massa), tem-se

$$V_c = \frac{d}{2}(A_0 + A_1) \pm C_c,$$

onde A_0 e A_1 têm excentricidades e_0 e e_1 e d é a distância horizontal, medida sobre o eixo, entre as 2 secções.

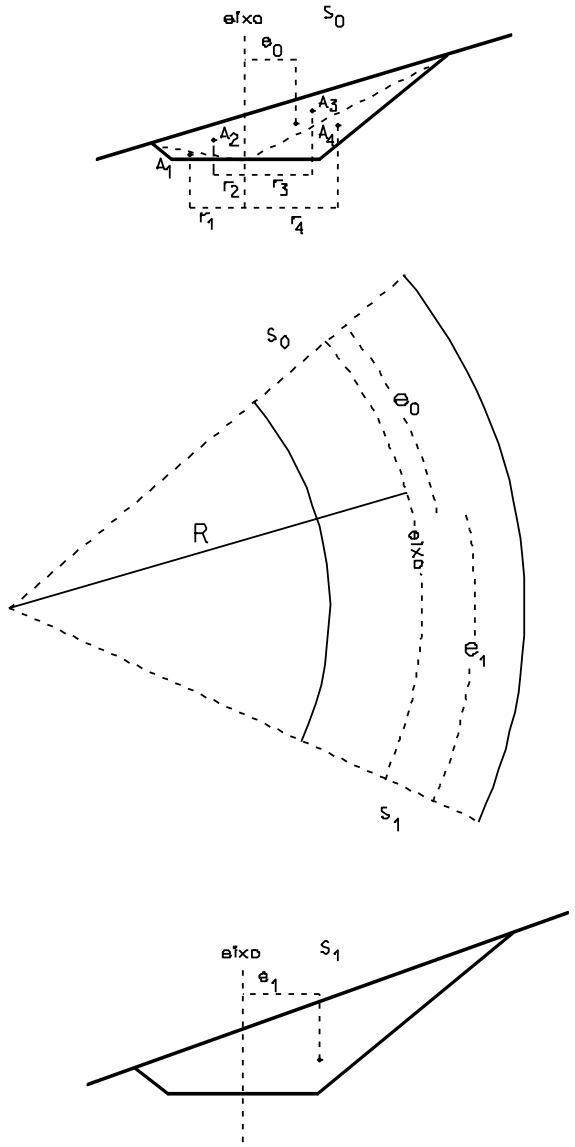


figura 2.43. Cálculo de volume num troço em curva

Sendo ℓ_0 o arco percorrido pelo centro de massa da secção S_0, cujo raio é $R+e_0$, tem-se $V^0 = A_0 \ell_0$; da relação $\frac{\ell_0}{\ell} = \frac{R+e_0}{R}$ tem-se $\ell_0 = \frac{R+e_0}{R}\ell$ e $V^0 = A_0 \frac{R+e_0}{R}\ell$; da mesma forma, tem-se $V^1 = A_1 \frac{R+e_1}{R}\ell$; admitindo que $V_c = V^0 + V^1$ tem-se que $C_c = \frac{\ell}{2R}(e_0 A_0 + e_1 A_1)$, sendo esta correcção positiva quando o excesso de massa se verifica no exterior da curva e negativa quando o excesso de massa se verifica no interior da curva.

Exemplo: Calcular o volume corrigido entre duas secções 70 e 71 (figura 2.44) espaçadas de 25 m, cujas taludações são iguais a 2/3, de uma estrada de largura b=10 m, num trecho em curva circular à direita cujo raio é igual a 200 m, sendo:

Secção 70: h=4.40 m, w_L=9.40 m, w_R=6.60 m

Secção 71: h=4.80 m, w_L=10.80 m, w_R=7.40 m

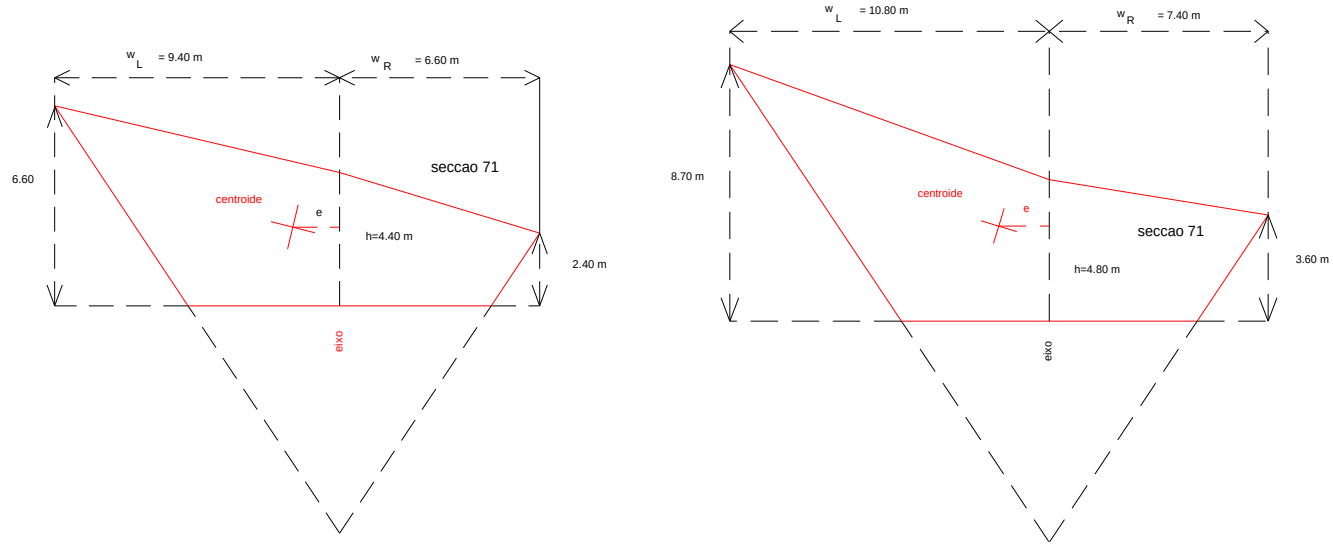


figura 2.44.

$$e_{70} = \frac{9.40 - 6.60}{3}\,\frac{95.20}{57.70} = 1.54 \text{ m} \qquad e_{71} = \frac{10.80 - 7.40}{3}\,\frac{74.43}{111.93} = 1.70 \text{ m}$$

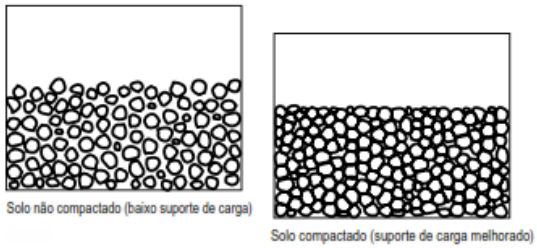
Se não existissem excentricidades: $V = \frac{A_{70} + A_{71}}{2} d = \frac{57.70 + 74.43}{2} 25 = 1651.625 \text{ m}^3$.

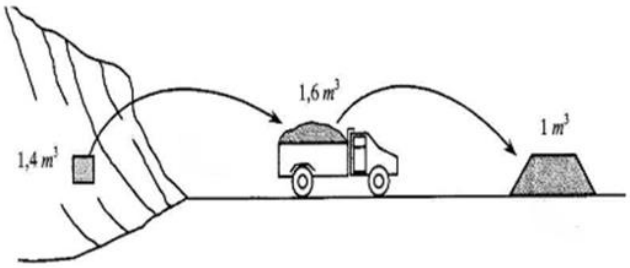
Cálculo da correcção: $C = \frac{d}{2R}(A_{70}\, e_{70} + A_{71}\, e_{71}) = 13.462 \text{ m}^3$.

Volume corrigido: $V_c = 1651.625 + 13.462 = 1665.087 \text{ m}^3$.

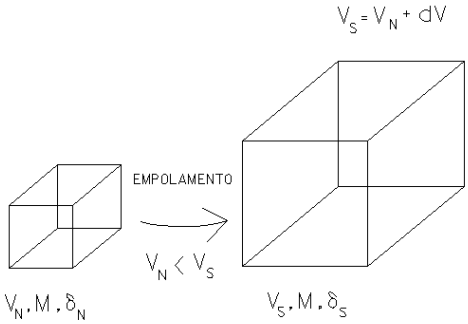
2.5. Empolamento e compactação

Os volumes de movimento de terras calculados por processos topográficos são diferentes dos que são efectivamente obtidos nos casos da construção de escavações e aterros: um volume V de material extraído do seu local natural (onde se deu a formação geológica) tem um incremento de volume após a sua desagregação; não havendo variação da massa total, a densidade desse material no estado natural é superior à densidade do material solto, fenómeno designado por empolamento E. Pelo contrário, a compactação C é caracterizada pela dimuição de vol.ume que sofre um material quando é compactado por um processo qualquer.





Designando por V_N o volume natural, V_S o volume solto e V_C o volume compactado, tem-se:



$$E = \frac{dV}{V_N} = \frac{V_S - V_N}{V_N} = \frac{V_S}{V_N} - 1 = \frac{1}{R} - 1$$

$$R = \frac{V_N}{V_S} = \frac{\delta_S}{\delta_N} < 1$$

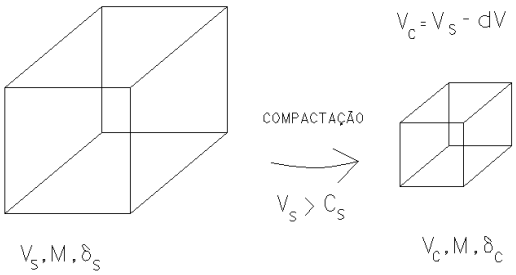
$$V_S = (1 + E)\, V_N$$

Exemplo: E = 25% = 0.25, V_N = 50 m^3, V_S = 62.5 m^3

$$C = \frac{dV}{V_S} = \frac{V_S - V_C}{V_S} = 1 - \frac{V_C}{V_S} = 1 - \frac{1}{Q}$$

$$Q = \frac{V_S}{V_C} = \frac{\delta_C}{\delta_S} > 1$$

$$V_C = (1 - c)\, V_S$$



Exemplo:C = 15% = 0.15,V_S = 50 m^3, V_C = 42.5 m^3

Material	Natural (kg/m^3)	Solto (kg/m^3)	R	E (%)
Argila seca	1839.0	1483.0	0.80	25
Argila molhada	2076.0	1661.0	0.80	25
Terra húmida	2017.0	1602.0	0.79	26
Terra seca	1899.0	1513.0	0.79	26
Arenito	2522.0	1513.0	0.59	69
Areia seca	1602.0	1424.0	0.88	13
Areia molhada	2077.0	1839.0	0.88	13
Pedra britada	2670.0	1602.0	0.60	66
Pedra solta	2670.0	1340.0	0.50	100

tabela 2.2. Factores de empolamento

2.6. Diagrama de distribuição de terras (gráfico de Bruckner)

Na conformação do relevo para a implantação de uma via de comunicação, a realização da terraplenagem correspondente à plataforma inclui duas actividades: escavação de material num determinado local e depósito deste material em local distinto do primeiro. Podem considerar-se as seguintes situações:

- as cotas do terreno natural estão acima das cotas de projeto da plataforma, caracterizando regiões em corte ou escavação (o material excedente pode ser localmente utilizado ou ter que ser retirado para locais de depósito)
- as cotas do terreno natural estão abaixo das cotas de projeto da plataforma, caracterizando regiões de aterro (o material necessário poderá estar localmente disponível ou ter que vir de locais externos denominados empréstimos)
- no caso de existir simultaneamente escavação e aterro, o material retirado pode ser imediatamente utilizado

Casos típicos são os de terraplenagens em rodovias e ferrovias, cujos projectos são constituídos por uma sucessão de escavações e aterros; o aproveitamento de eventuais sobras de escavações para aterros distantes com falta de material pode ser anti-económico, devido às grandes distâncias de transporte do material escavado, havendo a necessidade de definir depósitos e empréstimos laterais.

Designa-se compensação lateral quando há corte e aterro no mesmo segmento entre seções consecutivas ou nos trechos de seções mistas e o volume escavado puder ser compensado no próprio local. Designa-se compensação longitudinal o caso em que há material disponível no corte e o aterro localiza-se a uma distância em que o custo do transporte é menor que o custo de nova escavação. Designa-se por empréstimo o caso em que o volume dos cortes é insuficiente para a construção dos aterros (efectua-se uma escavação complementar em local escolhido em função da localização, da distância e da qualidade do solo e transporta-se o material até o aterro). Designa-se por depósito a situação em que o volume de terras é maior que o necessário para a construção dos aterros ou quando o material do corte não serve para a construção dos aterros, também chamado de refugo (o excesso de material, será descartado, sendo transportado e depositado em local conveniente).

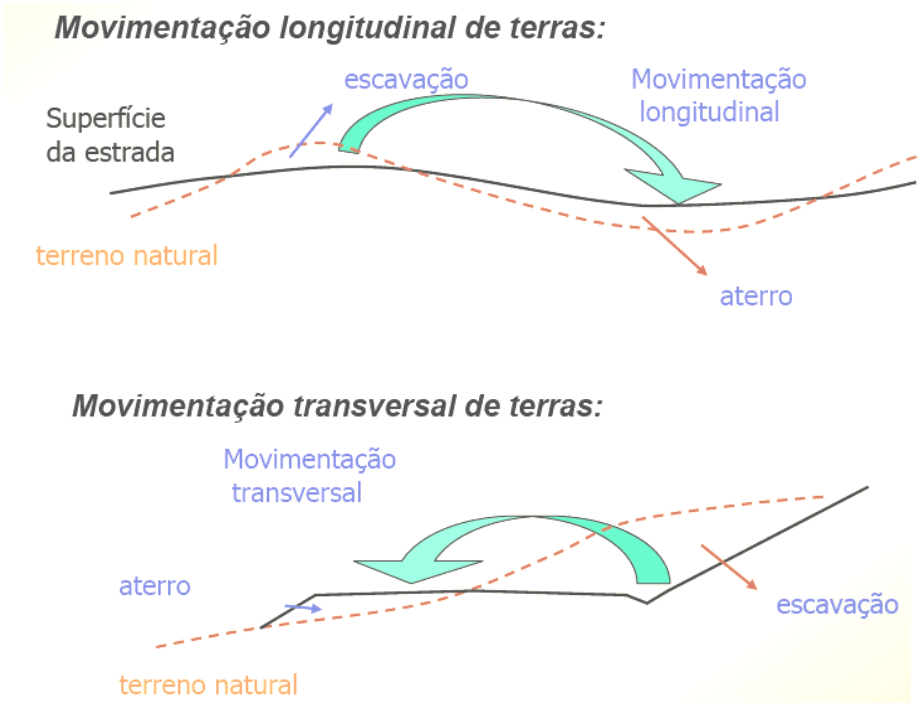


figura 2.45. Movimentação de terras

O diagrama de distribuição de terras ou gráfico de Brückner consiste numa curva ou linha poligonal cuja ordenada em cada perfil é, não a respectiva área mas o volume acumulado do movimento de terras correspondente a esse perfil (as abcissas indicam distâncias ou a localização dos perfis transversais), obtido pela soma algébrica dos volumes de escavação e aterro de todos os perfis anteriores (por convenção, volumes de escavação são positivos e volumes de aterro são negativos). A informação extraída do diagrama de Bruckner pode ser utilizada para ajustar a rasante até se obter um movimento de terras mais conveniente, embora nem sempre um equilíbrio entre o material escavado e aterrado seja a solução mais eficiente.

Para a construção de um diagrama de distribuição de terras, procede-se da forma seguinte:

1. calcular as áreas das secções transversais regularmente espaçadas ao longo do eixo (perfis transversais)
2. calcular os volumes de escavação e aterro entre secções consecutivas
3. calcular o volume agregado algébrico entre secções consecutivas
4. representar graficamente o perfil longitudinal do terreno natural e de projecto (rasante)
5. utilizando a mesma escala horizontal anterior, representar a curva do transporte acumulado de terras em ordenadas (figura 2.46.).

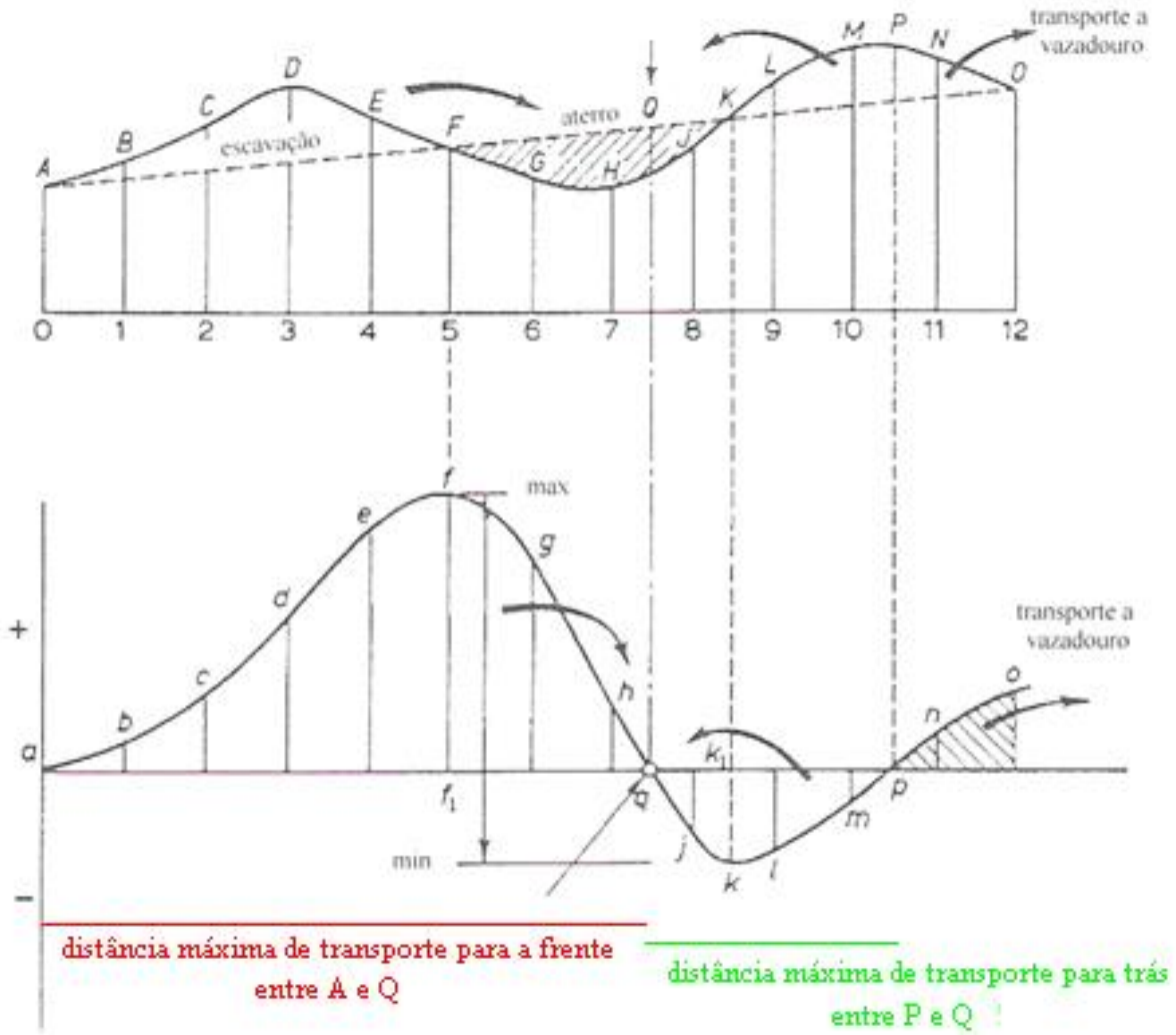


figura 2.46. Diagrama de distribuição das terras: em cima estão representados o perfil do terreno e a rasante, indicando-se as zonas de escavação e de aterro; em baixo indica-se a curva de distribuição (transporte acumulado) de terras

As características de um diagrama de distribuição de terras são:

- ✓ uma curva de distribuição ascendente indica escavação, isto é, há um aumento do volume acumulado (os pontos A-F do perfil longitudinal correspondem aos pontos a-f da curva de distribuição)

- ✓ um máximo da curva de distribuição corresponde ao fim de escavação (os pontos f e F)

- ✓ uma curva de distribuição descendente indica aterro, isto é, há uma diminuição do volume acumulado (os pontos F-K do perfil longitudinal correspondem aos pontos f-k)

- ✓ um mínimo da curva de distribuição corresponde ao fim de aterro (os pontos k e K)

- ✓ a diferença vertical entre um ponto de máximo e o ponto de mínimo seguinte da curva de distribuição (por exemplo, ff_1+k_1k) representa o volume de aterro entre esses pontos; mais geralmente, a diferença vertical entre quaisquer dois pontos não tendo um máximo ou mínimo entre eles representa o volume de movimento de terras entre ambos

- ✓ entre quaisquer dois pontos consecutivos onde a curva de distribuição de terras intersecta o eixo das abcissas, o volume de escavação iguala o volume de aterro, como por exemplo entre os pontos a e q, o que significa que no perfil do terreno entre os correspondentes pontos A e Q o movimento de terras é compensado, de tal forma que o material que é escavado entre A e F pode formar o aterro entre F e Q (embora neste caso esse material não seja suficiente para completar o aterro)

- ✓ para qualquer linha horizontal intersectando a curva de distribuição de terras (figura 2.47.), o volume de escavação é igual ao volume de aterro entre esses pontos (a soma algébrica dos volumes anula-se), como é o caso entre os pontos A e B, tal que o volume de escavação entre a e x é igual so volume de aterro ente x e b. Essa linha horizontal designa-se por linha de equilibrio

- ✓ quando uma linha de equilibrio intersecta a curva de distribuição (figuar 2.48.), se a área se encontra por cima da linha, esse volume (escavado) deve ser transportado para a frente; quando a área se encontra abaixo da linha, então o volume (escavado) deve ser transportado para trás

- ✓ o comprimento da linha de equilibrio entre pontos de intersecção da curva de distribuição com o eixo das abcissas (por exemplo aq, qp) representa a distância máxima de transporte na região considerada

- ✓ a área entre o eixo das abcissas e a curva de distribuição numa dada secção representa o transporte nessa secção

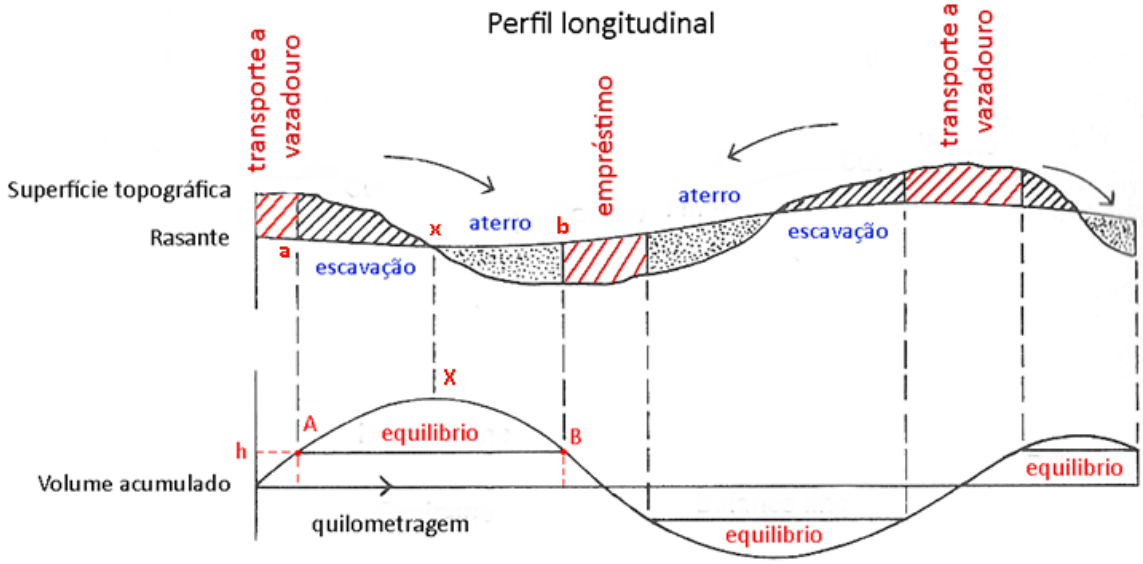


figura 2.47. Sendo a ordenada de A igual à ordenada de C, significa que os volumes acumulados de escavação (positivos) são iguais aos volumes acumulados de aterro (negativos), isto é, há equilibrio entre o volume de escavação e o volume de aterro

No cálculo do preço dos trabalhos de movimento de terras, especifica-se uma distância de transporte, até à qual o valor do movimento de terras é proporcional ao volume movimentado. Para distâncias superiores à distância de transporte é pago um valor extra, dado pelo produto do material excedente ou em falta por essa distância. A quilometragem do centróide do volume entre secções é obtida na curva de distribuição de terras na posição média dos volumes acumulados entre as duas secções.

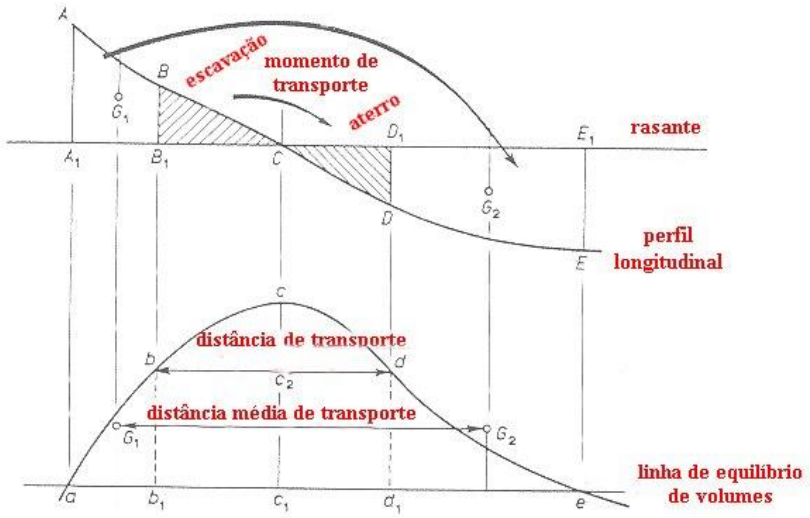


figura 2.48. Distância média de transporte: qualquer escavação na secção ABB_1A_1 deve ser transportada ao longo da distância tabelada de transporte e ser depositada na secção D_1E_1ED

Distância de transporte de terras: distância segundo a qual o material é transportado, desde a a zona de escavação até à zona de aterro.

Distância média de transporte de terras: distância medida ao longo do eixo entre o centro de massa da região de escavação e o centro de massa da região de aterro.

Momento de transporte de terras: soma do produto de cada volume pela respectiva distância de transporte (deve ser igual ao volume total de escavação multiplicado pela distância média de transporte

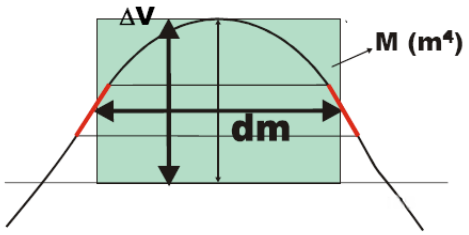


figura 2.49. momento de transporte: representa a quantidade de movimento de transporte a ser efectuado para promover o corte e posterior aterro ao longo da directriz da rodovia ou a execução de movimentos de depósito e empréstimo O momento de transporte M é igual à área do gráfico de Brückner, que pode ser estimada pelo produto da altura da curva (ΔV) pela distância média de transporte (dm).

tabela 2.3. máquinas a utilizar para o transporte de terras em função da distância de transporte

Máquinas a utilizar para o transporte

Máquinas	Distância
Bulldozer	até 90 m
Scraper	90 a 300 m
Motoscraper	300 a 1000 m
Camião	> 1000 m

Exemplo: a tabela seguinte indica o volume de movimento de terras (escavação positivo, aterro negativo) entre secções entre as quilometragens 1+000 e 2+800 de uma estrada, sendo igualmente indicadas as alturas de projecto no eixo em cada secção. Calcule o movimento de terras associado à execução da obra.

	Altura de projecto (m)	Volume (m^3)
1+000	+2.9	
		+12000
1+100	+4.0	
		+18000
1+200	+4.0	
		+15750
1+300	+2.7	
		+4500
1+400	0.0	
		-5250
1+500	-3.0	
		-15000
1+600	-6.1	
		-30000
1+700	-6.0	
		-13500
1+800	-2.0	
		-75050
1+900	-0.9	
		-2250
2+000	-1.8	
		-6750
2+100	-2.3	
		-9450
2+200	-2.0	
		0
2+300	+1.0	
		+16200
2+400	+5.7	
		+31500
2+500	+5.9	
		+10900
2+600	+1.1	
		-1500
2+700	-2.1	
		-9400.
2+800	-2.9	

Quilometragem	Volume acumulado (m^3)
1+000	0
1+100	+12000
1+200	+30000
1+300	+45750
1+400	+50250
1+500	+45000
1+600	+30000
1+700	0
1+800	-13500
1+900	-14250
2+000	-16500
2+100	-23250
2+200	-32700
2+300	-32700
2+400	-16500
2+500	+15000
2+600	+25900
2+700	+24400
2+800	+15000

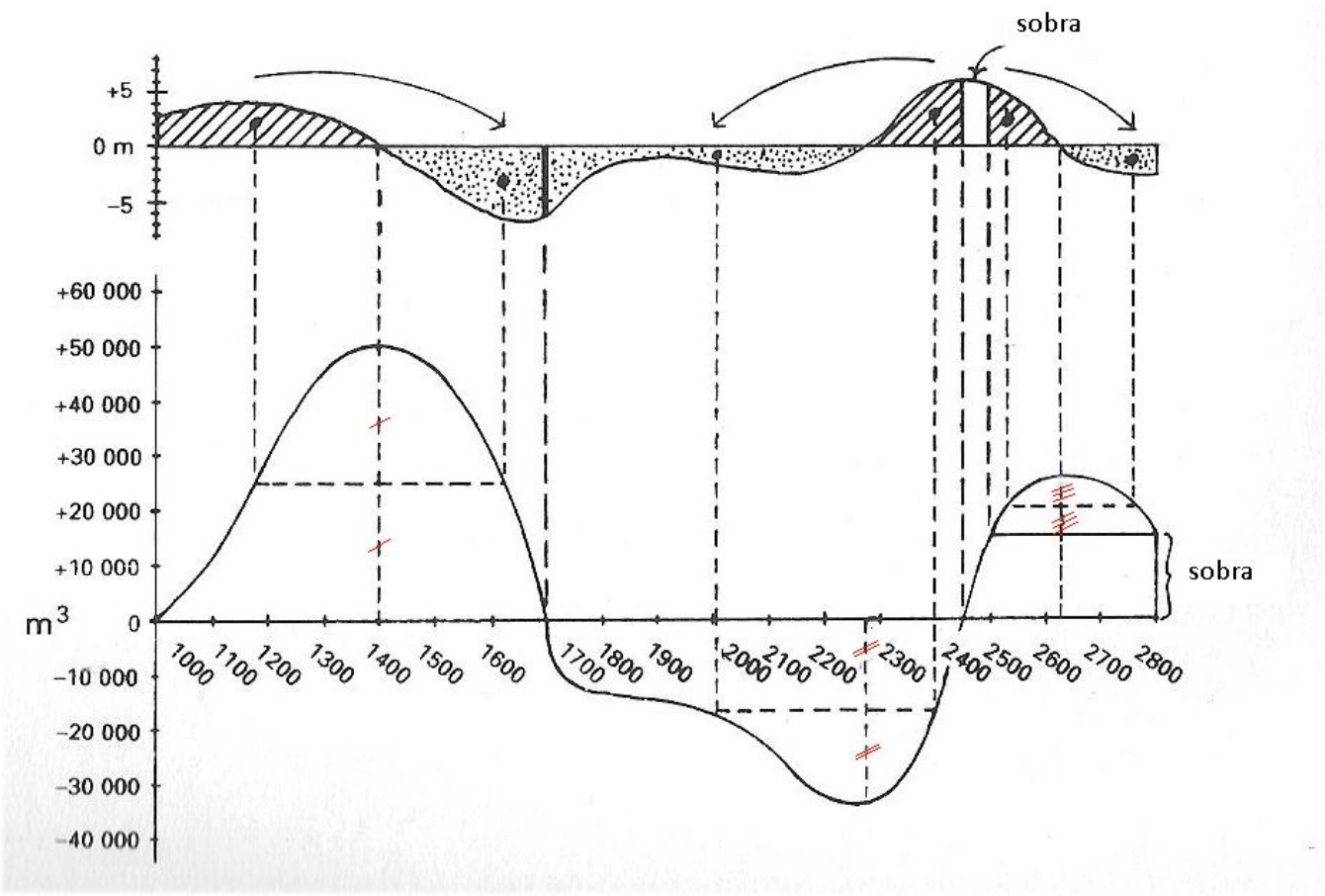


Diagrama de distribuição de terras

Do diagrama de distribuição de terras, pode concluir-se:

- a escavação entre as quilometragens 1+000 e 1+400 (+12000.0+18000.0+15750.0+4500.0=+50250.0 m^3) vai preencher o aterro entre as quilometragens 1+400 e 1+700 (-5250.0-15000.0-30000.0=-50250.0 m^3)
- a escavação entre as quilometragens 2+280 e 2+440 (+16200.0+31500.0=+47700.0 m^3) vai preencher o aterro entre as quilometragens 1+700 e 2+2280 (-13500.0-750.0-2250.0-6750.0-9450.0=-32700.0 m^3), sobrando +15000.0 m^3.
- implantando uma linha de equilibrio horizontal pela ordenada 15000.0 m^3 entre as quilometragens 2+440 e 2+800, a escavação entre 2+500 e 2+620 é compensada pelo aterro entre 2+620 e 2+800.
- sobram portanto 15000 m^3 entre as quilometragens 2+240 e 2+500, patente no facto de a curva terminar acima do eixo das abcissas, que deverá ser transportado a vazadouro (no caso de a curva terminar abaixo do eixo das abcissas, isso significaria uma falta de material (necessidade de empréstimo).

Trata-se agora de determinar a distância de transporte entre os centróides das zonas de escavação e de aterro. Entre as quilometragens 1+000 e 1+700, a curva de distribuição de terras tem um máximo de 50250 m^3 na quilometragem 1+400 (volume que deve ser distribuído entre estas quilometragens). A intersecção do segmento horizontal cuja ordenada é dada por (50250-15000)/2+15000=32625 m^3 com a curva de distribuição define a quilometragem dos centróides das primeiras zonas de escavação e aterro, respectivamente 1+170 e 1+620, obtendo-se o momento de transporte M_1=50250 m^3x450 m=226125 m^4. A quilometragem dos centróides das zonas de escavação e aterro seguintes são dadas por:

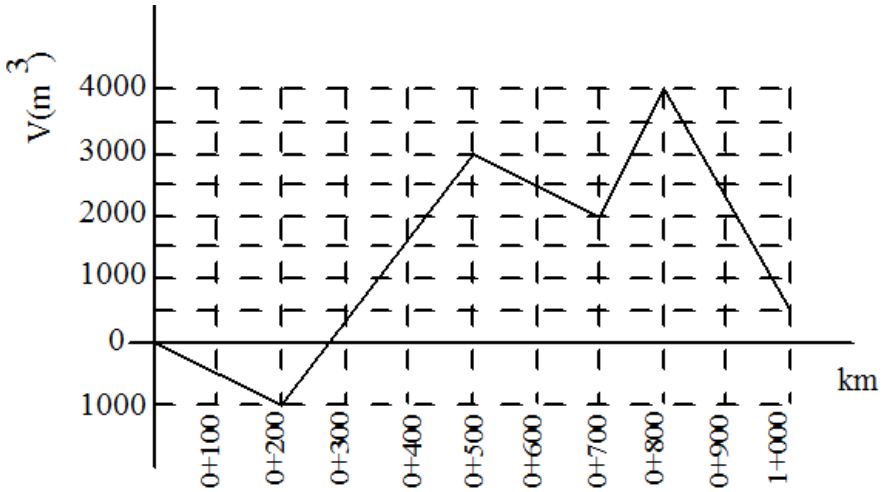
(-32700-15000)/2-15000=-38850 m^3, ou seja, 2+010 e 2+400

(25900-15000)/2+15000=20450 m^3, ou seja, 2+540 e 2+750

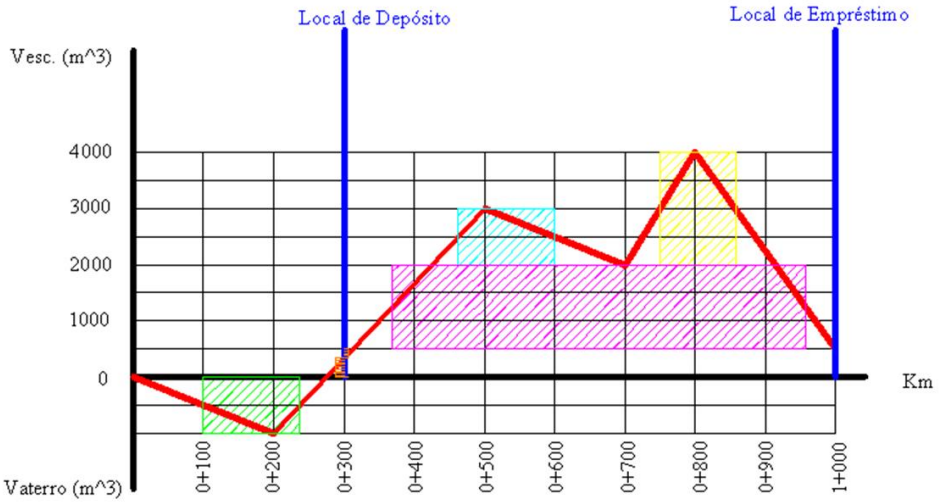
Quilometragem	Volume (m^3)	Centróides (m)	Distância de transporte (m)	Momento de transporte
1+000 - 1+700	50250	1+170 – 1+620	450	226125
1+700 - 2+440	34000	2+010 – 2+400	390	132600
2+440 - 2+500	15000	-	Vazadouro	-
2+500 - 2+800	11500	2+540 – 2+750	210	24150
	110750			382875

Exemplo: A figura representa o gráfico de Bruckner de projecto dum troço de uma estrada, o qual tem continuidade para ambos os lados. Admitindo que existe um local de depósito ao km 0+300 e um local de empréstimo no fim do troço considerado e que as operações de transporte são realizadas com um único meio mecânico:

a) Indique a movimentação de terras preconizada e estime a distância média de transporte.
b) Se entre o km 0+500 e o km 0+700 se realizaram 2000 m^3 de escavação, quantos m^3 se efectuaram de aterro?
c) Se o traçado atravessar uma zona baixa em aterro, entre que quilometragem essa zona previsivelmente se localiza?



a) Qualquer recta horizontal traçada sobre o diagrama intersectando o gráfico determina trechos de volumes compensados (volume de corte = volume de aterro). Estas rectas horizontais, por conseguinte, são chamadas linha de compensação. Considerando metade da altura do gráfico nesse intervalo, traça-se um segmento horizontal, que vai constituir a base de um rectangulo cuja área corresponde ao momento de transporte entre as extremidades.



Para cada segmento do gráfico, interessa calcular a respectiva equação da forma y=ax+b:

i) segmento de recta entre os pontos (0,0) e (200,-1000):

$a = \frac{dy}{dx} = \frac{-1000}{200} = -5 \quad \Rightarrow \quad y = -5x + b$; para o ponto (0,0) tem-se 0=0+b , b=0, donde $y = -5x$

intersectando este segmento com a linha de compensação y=-500, tem-se $-500 = -5x \quad \Rightarrow \quad x = 100$

ii) segmento de recta entre os pontos (200,-1000) e (500,3000):

$a = \frac{dy}{dx} = \frac{4000}{300} = \frac{40}{3} \Rightarrow y = \frac{40}{3}x + b$; para o ponto (200,-1000) tem-se $-1000 = \frac{40}{3} \times 200 + b \Rightarrow b = -\frac{11000}{3}$,

donde $y = \frac{40}{3}x - \frac{11000}{3}$

intersectando este segmento com a linha de compensação y=-500, tem-se $-500 = \frac{40}{3}x - \frac{11000}{3} \Rightarrow x = 237.5$

intersectando este segmento com a linha de compensação y=1250, tem-se $1250 = \frac{40}{3}x - \frac{11000}{3} \Rightarrow x = 368.75$

intersectando este segmento com a linha de compensação y=2500, tem-se $2500 = \frac{40}{3}x - \frac{11000}{3} \Rightarrow x = 462.5$

iii) segmento de recta entre os pontos (500,3000) e (700,2000):

$a = \frac{dy}{dx} = -\frac{1000}{200} = -5 \Rightarrow y = -5x + b$; para o ponto (500,3000) tem-se $3000 = -5 \times 500 + b \Rightarrow b = 5500$

donde $y = -5x + 5500$

intersectando este segmento com a linha de compensação y=2500, tem-se $2500 = -5x + 5500 \Rightarrow x = 600$

iv) segmento de recta entre os pontos (700,2000) e (800,4000):

$a = \frac{dy}{dx} = \frac{2000}{100} = 20 \Rightarrow y = 20x + b$; para o ponto (700,2000) tem-se $2000 = 20 \times 700 + b \Rightarrow b = -12000$

donde $y = 20x - 12000$

intersectando este segmento com a linha de compensação y=3000, tem-se $3000 = 20x - 12000 \Rightarrow x = 750$

v) segmento de recta entre os pontos (800,4000) e (1000,500):

$a = \frac{dy}{dx} = -\frac{3500}{200} = -17.5 \Rightarrow y = -17.5x + b$; para o ponto (800,4000) tem-se $4000 = -17.5 \times 800 + b \Rightarrow b = 18000$

donde $y = -17.5x + 18000$

intersectando este segmento com a linha de compensação y=3000, tem-se $3000 = -17.5x + 18000 \Rightarrow x = 857.143$

intersectando este segmento com a linha de compensação y=1250, tem-se $1250 = -17.5x + 18000 \Rightarrow x = 957.143$

vi) para x=300, tem-se $y = \frac{40}{3} \times 300 - \frac{11000}{3} \Rightarrow y = 333.333$;

intersectando este segmento com a linha de compensação y=333.333/2, tem-se $166.6665 = \frac{40}{3}x - \frac{11000}{3} \Rightarrow x = 287.5$

vii) intersectando o segmento $y = \frac{40}{3}x - \frac{11000}{3}$ com a linha de compensação y=(500-333.333)/2=83.3335, tem-se $83.3335 = \frac{40}{3}x - \frac{11000}{3} \Rightarrow x = 281.25$

A medida do volume é dada pela diferença de ordenadas entre o ponto máximo ou mínimo do trecho compensado e a linha horizontal de compensação. A distância média de transporte de cada distribuição pode ser considerada como a base de um rectângulo de área equivalente à do segmento compensado e de altura igual à máxima ordenada deste segmento:

Volume	Distância	Movimento
1000	**237.5-100=137.5**	**137500**
333.33	**300-287.5=12.5**	**4166.67**
166.67	**287.5-281.25=6.25**	**1041.67**
1500	**957.143-368.75=588.393**	**882592.5**
1000	**600-462.5=137.5**	**137500**
2000	**857.143-750=107.143**	**214285.7**

$\sum \text{Movimentos} = 1377086.5$, $\sum \text{Volumes} = 6000$, Distância média de transporte=229.5 m

b) km 0+500: 3000 m^3 de excesso de terras

km 0+700: 2000 m^3 de excesso de terras

3000 – 2000 – x = 2000 => x = 3000 m^3 de aterro

c) Entre o km 0+500 e o km 0+700

Exemplo: como já foi dito, o cálculo de volumes baseia-se nos perfis transversais, que constituem uma das peças desenhadas de um projecto de estradas. A área dos taludes obtém-se a partir da medição dos elementos que o definem em cada um dos perfis desenhados (figura 2.51.):

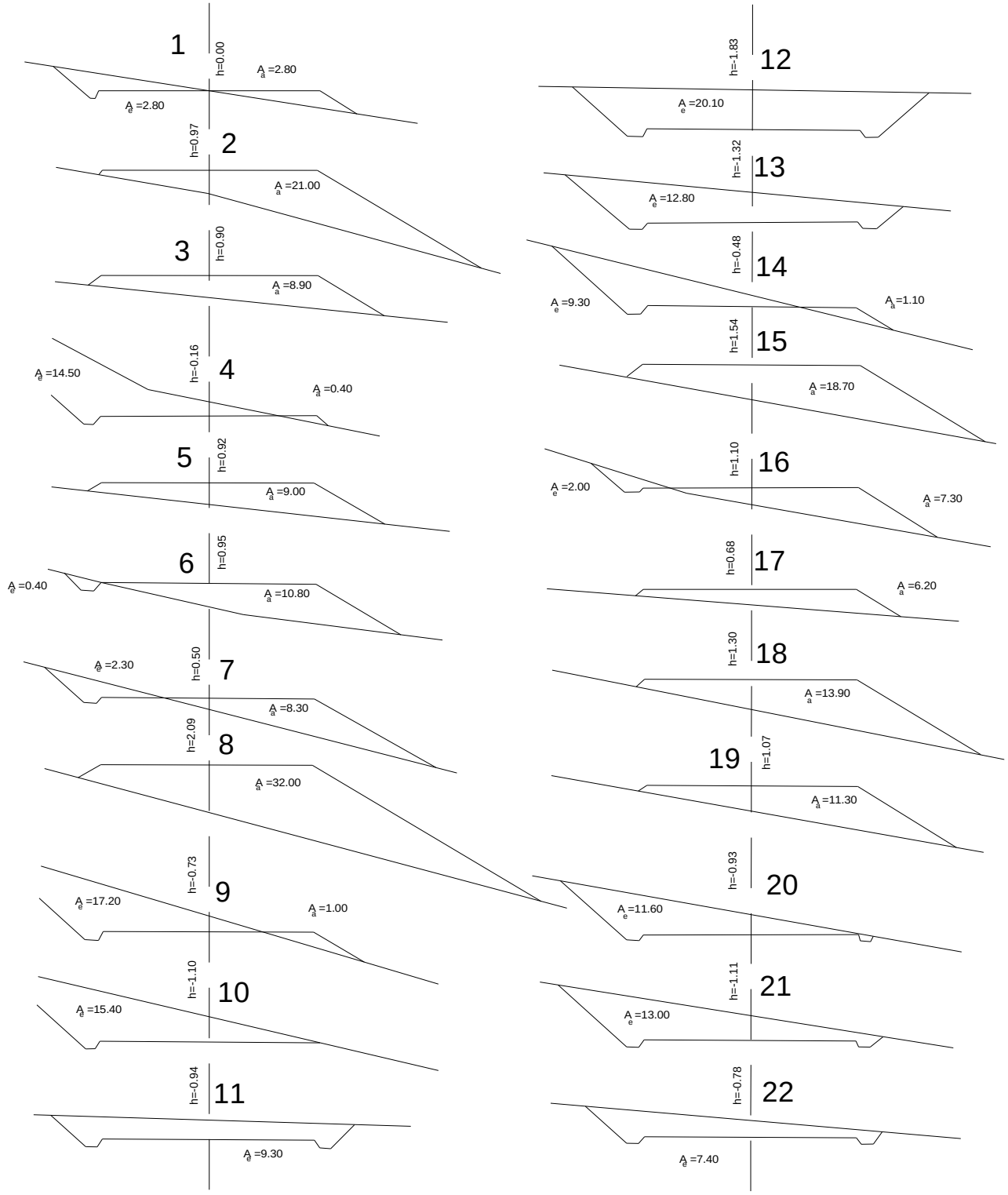


figura 2.51. Desenho dos perfis 1 a 22; a faixa de rodagem tem largura igual a 4.2 m

Calculadas as áreas dos perfis transversais, preenchem-se os mapas de cálculo de volumes, tendo em conta a existência eventual de pontos de passagem, pois a eles correspondem perfis de área nula. A localização dos pontos de passagem faz-se a partir das distâncias entre perfis e das cotas de projecto (figura 2.52.): assim, se for d a distância entre perfis, um em escavação e outro em aterro, cujas cotas de projecto são respectivamente h_1 e h_2, as distâncias d_1 e d_2 entre o ponto de passagem e os dois perfis obtêm-se da relação

$$\frac{d_1}{h_1} = \frac{d_2}{h_2} = \frac{d}{h_1 + h_2}$$

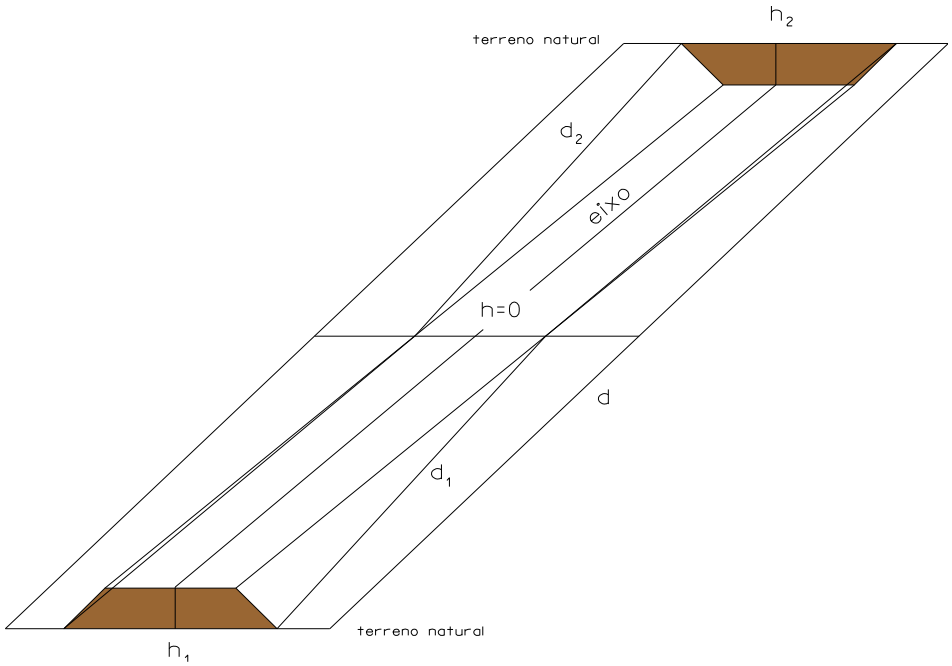


figura 2.52. Localização do ponto de passagem entre o perfil 1 e o perfil 2

Se o método de cálculo for o da média das distâncias entre perfis (figura 2.53.), o mapa respectivo, denominado Mapa nº 2, tem a estrutura que se apresenta em seguida.

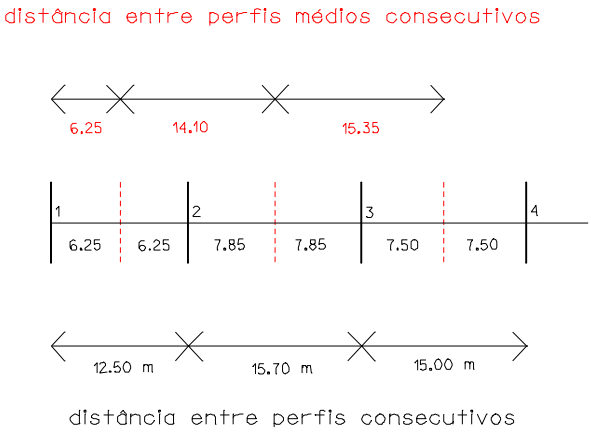


figura 2.53. Cálculo da distância entre perfis médios

Nº do perfil	Distância entre perfis (m)	Distância média	Escavações		Aterros		Superfícies a regularizar	
			Áreas (m^2	Volumes (m^3)	Áreas (m^2	Volumes (m^3)	Largura (m)	Área (m^2)
1		6.25	2.80	18	2.80	18	3.60	23
	12.50							
2		14.10	-	-	21.00	296	7.50	106
	15.70							
3		15.35	-	-	8.90	137	3.60	55
	15.00							
p.p.		14.65	-	-	-	-	-	-
	14.30							
4		12.15	14.50	187	0.40	5	6.60	80
	10.00							
p.p.		12.45	-	-	-	-	-	-
	14.90							
5		16.35	-	-	9.00	147	3.80	62
	17.80							
6		12.85	0.40	5	10.80	139	4.00	51
	7.90							
7		8.00	2.30	18	8.30	66	6.80	54
	8.10							
8		16.45	-	-	32.00	526	11.60	191
p.p.	24.80	17.40	-	-	-	-	-	-
9	10.00	22.95	17.20	395	1.00	23	7.00	161
	35.90							
10		27.85	15.40	429	-	-	4.40	122
	19.80							
11		16.85	9.30	157	-	-	2.40	40
	13.90							
12		32.85	20.10	660	-	-	5.20	171
	51.80							
13		51.80	12.80	663	-	-	5.00	259
	51.80							
14		29.65	9.30	276	1.10	33	5.40	160
	7.50							
p.p.		19.60	-	-	-	-	-	-
	31.70							
15		26.55	-	-	18.70	496	6.80	180
	21.40							
16		19.30	2.00	39	7.30	141	5.00	97
	17.20							
17		16.40	-	-	6.20	102	2.60	43
	15.60							
18		18.35	-	-	13.90	255	6.50	119
	21.10							
19		21.35	-	-	11.30	241	5.00	107
	21.60							
p.p.		18.30	-	-	-	-	-	-
	15.00							
20		15.10	11.60	175	-	-	4.20	63
	15.20							
21		14.15	13.00	184	-	-	4.50	64
	13.10							
22		6.55	7.40	48	-	-	2.00	12
Somas	503.60	503.60		3254		2621		2220

Mapa nº2: cálculo dos volumes de escavação e de aterro

Nº do perfil	Volumes		Volume a remover	Escavação		Aterro	
	Escavação	Aterro	lateralmente	Excesso em cada perfil	Acumulado	Excesso em cada perfil	Acumulado
1	18	18	18	-	-	-	-
2	-	292	-	-	-	292	292
3	-	137	-	-	-	137	429
4	187	5	5	182	-	-	247
5	-	147	-	-	-	147	394
6	5	139	5	-	-	134	528
7	18	66	18	-	-	48	576
8	-	526	-	-	-	526	1102
9	395	23	23	372	-	-	730
10	429	-	-	429	-	-	301
11	157	-	-	157	-	-	144
12	660	-	-	660	516	-	-
13	663	-	-	663	1179	-	-
14	276	33	33	243	1422	-	-
15	-	496	-	-	926	496	-
16	39	141	39	-	824	102	-
17	-	102	-	-	722	102	-
18	-	255	-	-	467	255	-
19	-	241	-	-	226	241	-
20	175	-	-	175	401	-	-
21	184	-	-	184	585	-	-
22	48	-	-	48	633	-	-
Somas	3254	2621	141	3113	-	2480	-

Mapa nº 3: movimento de terras

Concluído o cálculo de volumes, verifica-se se os volumes de escavação e aterro se equilibram, procedendo-se de seguida ao estudo da distribuição das terras. Dos vários métodos possíveis para este estudo, vai utilizar-se o do gráfico de Bruckner (figura 2.54.): sobre uma linha horizontal marcam-se os perfis na mesma escala adoptada no perfil longitudinal, marcando-se em ordenadas os volumes acumulados, correspondendo as ordenadas positivas a excessos de escavação e as negativas a excesso de aterro. As ordenadas obtêm-se de um mapa previamente elaborado (mapa nº 3 – movimento de terras), em que são inscritos em colunas separadas os volumes a movimentar em cada perfil e entre os diversos perfis (volumes acumulados), figurando apenas estes últimos no gráfico. Marcadas as ordenadas, ligam-se os respectivos extremos por uma linha quebrada que limitará as áreas correspondentes aos transportes e que se denomina linha de volumes: sempre que esta linha fecha no eixo das abcissas obtém-se um ponto onde os excessos são nulos, isto é, onde há compensação entre escavação e aterro.

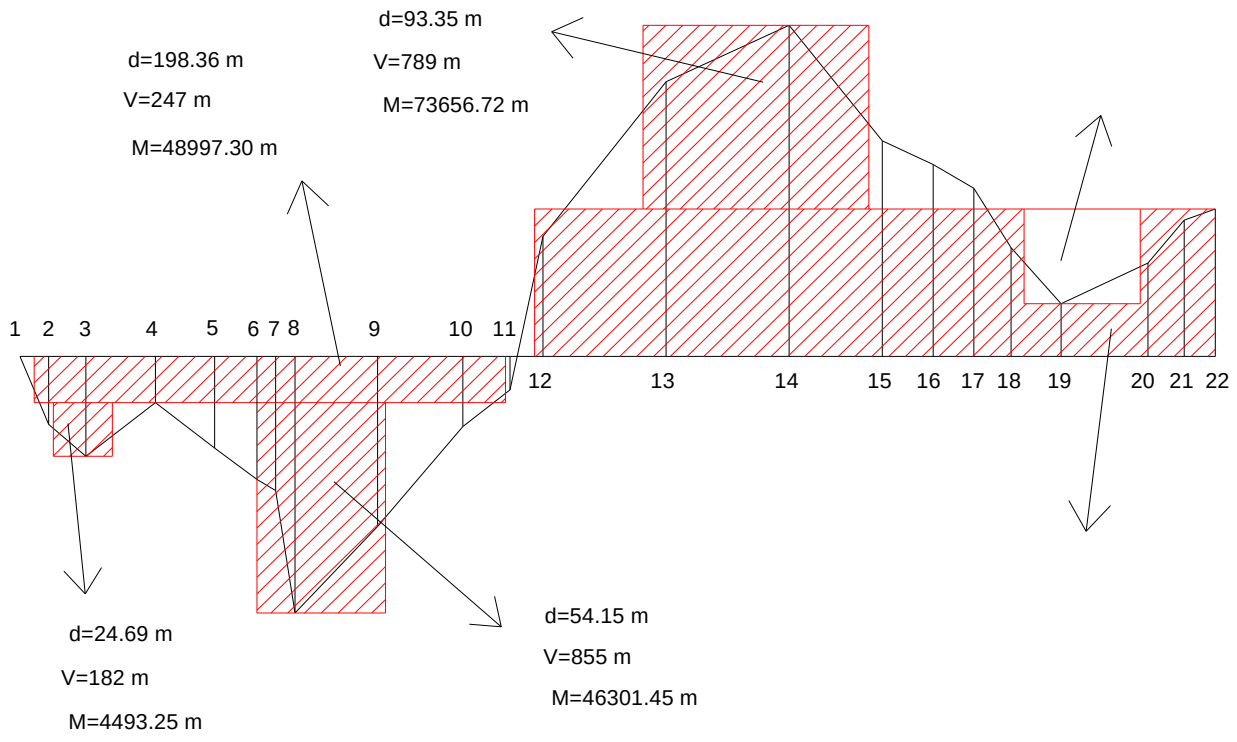


figura 2.54. Distribuição das terras ao longo do traçado

A compensação poderá ser feita pela linha segundo a qual se marcaram as distâncias, aparecendo assim no final do traçado excesso de escavação ou de aterro, exceptuando os casos pouco prováveis de compensação completa ou segundo linhas de compensação paralelas, havendo neste caso depósitos ou empréstimos ao longo do traçado.

Analisando o gráfico de Bruckner, verifica-se que se poderá variar o sentido dos transportes pela deslocação, para cima ou para baixo, da linha de distribuição. A consideração das linhas de distribuição é muito importante para a economia do movimento de terras; à custa de empréstimos e de depósitos de terras, poder-se-á fazer variar o sentido dos transportes. É também importante verificar se há condições físicas para efectuar no campo esses empréstimos ou depósitos.

A área de um rectângulo limitado pelo eixo das abcissas e pela linha de distribuição vem expressa em m^3xm, ou seja, m^4; esta área designa-se por momento de transporte, por analogia com o produto de uma força pela sua distância a um centro de rotação. Dividindo o momento de transporte pelo volume movimentado ao longo do eixo da estrada obtém-se a distância média de transporte. Para o cálculo das distâncias de transporte medem-se as áreas compreendidas entre a linha de volumes e a linha de compensação e substituem-se por rectângulos cuja altura corresponde à ordenada máxima; a distância de transporte corresponderá à base desses rectângulos e o volume transportado à sua altura. A distância média de transporte é a relação entre os momentos de transporte e respectivos volumes:

$$d_m = \frac{\sum (d \times \Delta V)}{V}.$$

No exemplo apresentado, o movimento de terras traduz-se por 141 m^3 de terras a remover lateralmente, 633 m^3 de terras a conduzir a depósito e 2480 m^3 de terras a remover longitudinalmente.

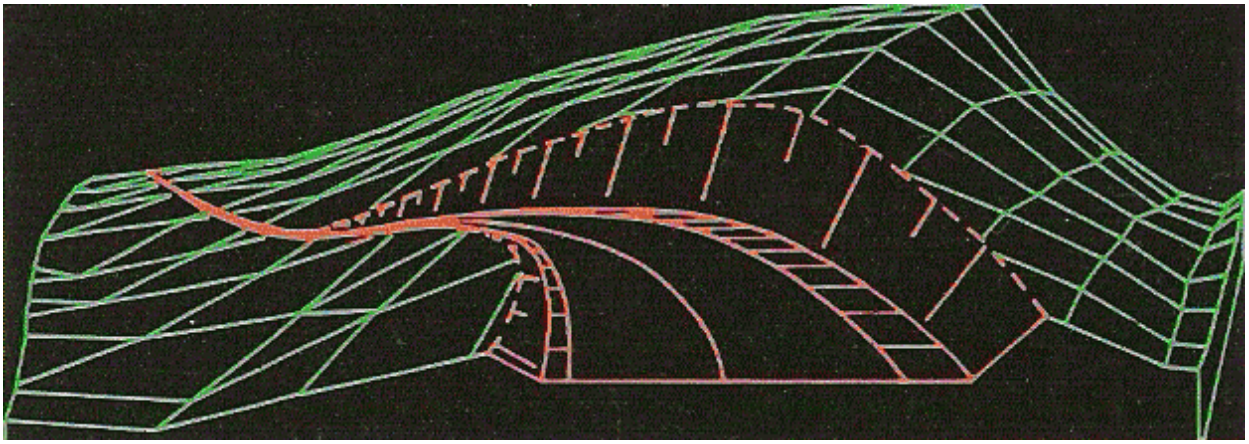


Figura 2.54. Modelo digital do terreno, da plataforma e dos taludes

A parte tediosa do cálculo dos movimentos de terras é removida através da utilização de modelos digitais do terreno, nos quais as superfícies do terreno e de projecto são definidas matematicamente em termos de coordenadas tridimensionais. A partir destes elementos, é possível definir o traçado óptimo quer a nível do plano horizontal quer a nível do plano vertical. A definição de secções transversais e o cálculo de volumes são efectuadas numericamente (com base geralmente em redes de triângulos ou quadriláteros) com a precisão compatível com o levantamento de base utilizado (figura 2.54.).

2.7. Divisão de parcelas

Relativamente à figura 2.55., pretende-se dividir a parcela ABCBEF cujos vértices têm coordenadas conhecidas em duas partes de áreas previamente fixadas. Procede-se então da forma seguinte:

1. calcular a área total ABCDEF
2. marcar os pontos G e H sobre as estremas da parcela que aproximadamente definem as áreas pretendidas
3. medir a distância CG e calcular o rumo R_{CD}, o que permite o cálculo das coordenadas do ponto G
4. definir a linha de G até ao vértice da parcela mais próximo de H, neste caso F
5. calcular a distância GF e os rumos R_{FA} e R_{GF}, o que permite calcular o ângulo $\theta=180º + R_{GF}- R_{FA}$
6. calcular a área DEFG
7. calcular a área FGH=área DEFHG- área DEFG (a área DEFHG foi definida previamente)
8. do triângulo FGH tem-se área FGH=0.5 xGHx FH x sin θ (1/2xbasexaltura), donde

   FH=área FGH/(0.5 x GF x sin θ)
9. calcular as coordenadas do ponto G
10. a posição correcta do ponto H obtém-se medindo a distância FH a partir do ponto F

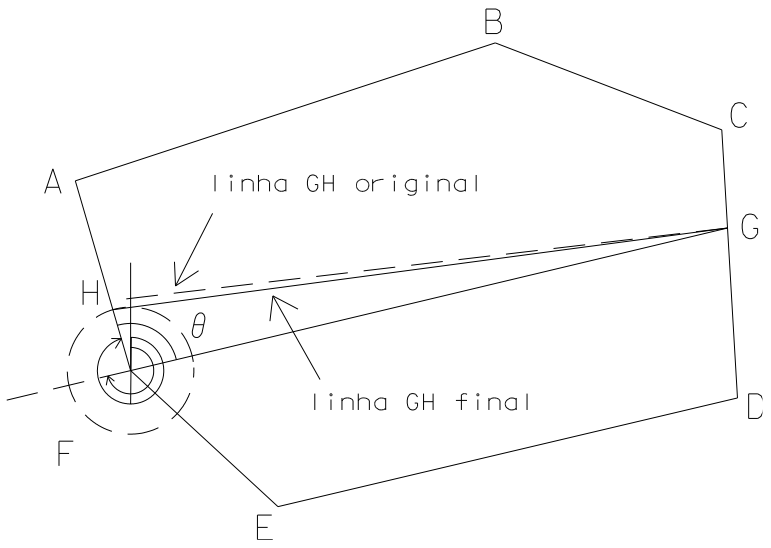


figura 2.55. Divisão de uma parcela

Uma outra situação que pode ocorrer consiste na divisão da parcela ABCBEFGA cujos vértices têm coordenadas conhecidas em duas partes de áreas previamente fixadas segundo a linha HJ, de rumo também previamente fixado (figura 2.56.). Procede-se então da forma seguinte:

1. estacionar no vértice A da parcela e definir o ponto X sobre uma das estremas opostas segundo o rumo previamente fixado
2. calcular o rumo R_{AD} e a distância AD
3. calcular a área ABCD
4. no triângulo ADX são conhecidos $\alpha=R_{AX}-R_{AD}$, $\beta=R_{DA}-R_{DE}$, $\gamma=R_{XD}-R_{XA}+360º$, onde $R_{XD}=R_{ED}$ e a distância AD, pelo que é possível calcular a distância AX e as coordenadas do ponto X: AX=AD x sin β/sin γ, assim como a área ADX e a área ABCDX=área ABCD+área ADX
5. a diferença entre a predefinida e a área ABCDX pode ser positiva ou negativa, pelo que deve ser somada ou subtraída uma área residual definida segundo uma linha paralela à linha AX; suponha-se que esta área é o trapézio AXJHA, cuja área é conhecida, para além do comprimento e rumo da linha AX e dos rumos dos restantes lados.
6. como os rumos dos lados do trapézio são conhecidos, os ângulos θ e ϕ podem ser calculados; daqui tem-se YH=x tan θ e JZ=x tan ϕ, donde é possível calcular o valor de x a partir de

   área[AXJH]=área[AXZY]-(área[AHY]+área[XZJ])= $AX \times x - (\frac{x}{2} \times x \tan\theta + \frac{x}{2} \times x \tan\phi)$

   $$= AX \times x - \frac{x^2}{2}(\tan\theta + \tan\phi)$$
7. conhecido x, as distâncias AH e XJ podem ser calculadas de forma a implantar a HJ linha pretendida.

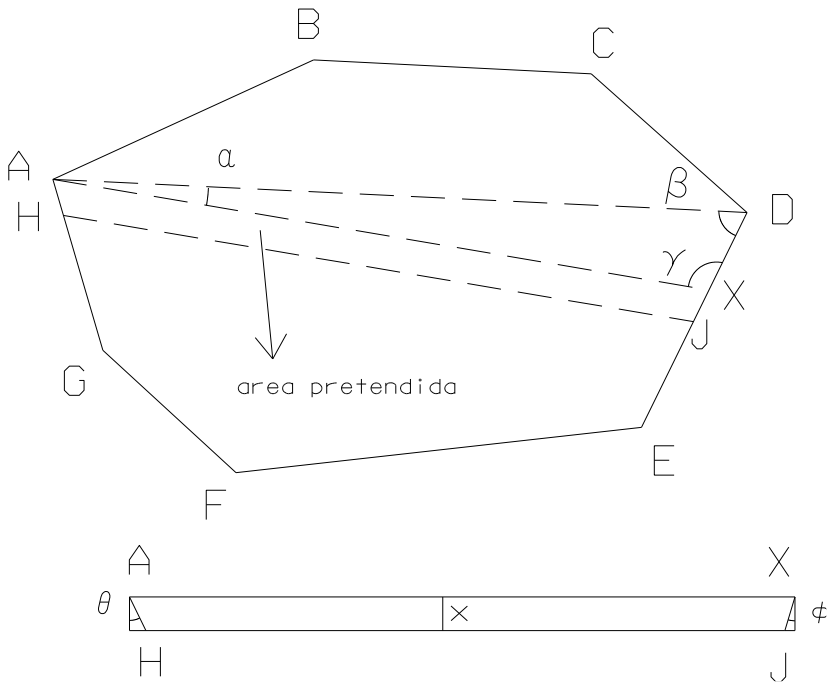


figura 2.56. Divisão de uma parcela

2.8. Exemplo

As plataformas são obras projectadas e executadas com a finalidade de tornar plana a superfície irregular de um terreno, podendo ser horizontais ou inclinadas. Relativamente ao tipo de movimento de terras utilizado, as plataformas podem ser classificadas em plataformas de aterro, plataformas de escavação (corte) ou plataformas de aterro e escavação.

Sempre que se executa um corte ou aterro num determinado terreno, é necessário criar planos inclinados (de corte ou aterro) para a contenção do terreno adjacente. Esses planos inclinados recebem o nome de taludes de corte ou saias de aterro (ou, mais simplesmente taludes, tanto no caso de aterro como no caso de escavação). A inclinação (taludação) desses planos de contenção depende do ângulo de atrito do material do solo (isto é, do maior ângulo para o qual o plano se mantém estável) e do estado de agregação em que o revestimento se encontra. Como no caso de escavação o material do solo (terreno original) está mais coeso do que no caso do aterro (solo transportado), o ângulo de atrito para o caso de escavação é maior do que o ângulo de atrito para o caso de aterro (desde que o aterro seja construído do mesmo material que o terreno de escavação).

Exemplo: Seja abcd uma plataforma horizontal de cota 100 m que se deseja implantar na posição indicada na planta da figura 2.57.; como os segmentos de recta ab, bc, cd e da pertencem à plataforma, são horizontais. Suponha-se que através do estudo geotécnico do terreno, se considerou uma taludação 1 para 1 para os taludes de escavação (equivalente a uma inclinação de 45º) e uma taludação 1 para 1.5 para os taludes de aterro (equivalente a uma inclinação de 33º.69). Como a planta é uma representação obtida por projecção ortogonal, é difícil marcar (sem rebatimento) a taludação desses planos de contenção; recorre-se então à equidistância da planta e à distância horizontal entre dois pontos cuja diferença de cotas seja uma unidade: os taludes, de aterro e de escavação, são determinados pelas suas rectas de maior declive:

escavação: $\alpha_e = 45^o$, $\text{taludação}_e = \tan\alpha_e = 1/1$, $\text{distância horizontal}_e = \cot\text{an}\ \alpha_e = 1.00$

aterro: $\alpha_a = 33^o.69$, $\text{taludação}_a = \tan\alpha_a = 1/1.5$, $\text{distância horizontal}_a = \cot\text{an}\ \alpha_a = 1.50$

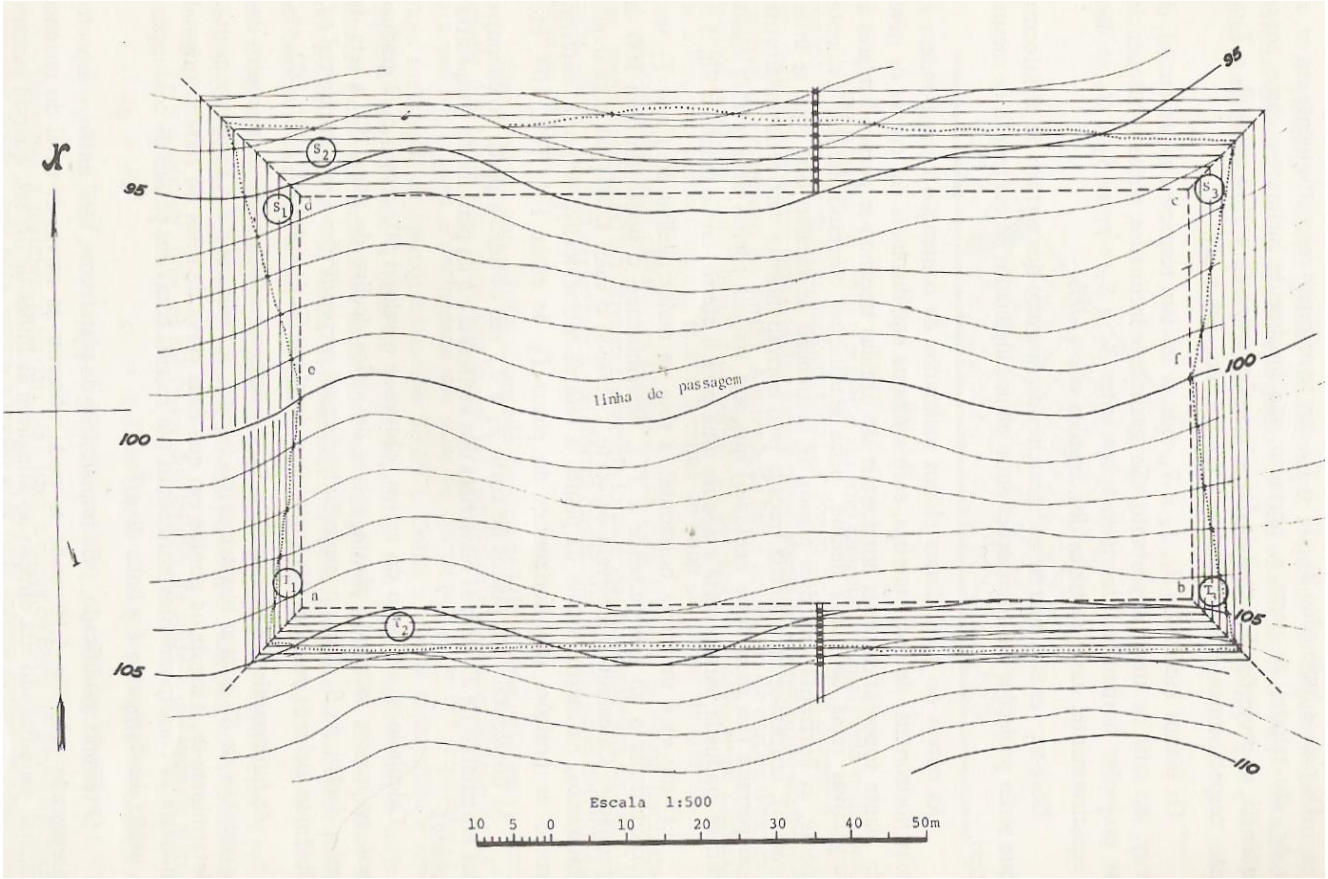


figura 2.57. Terreno natural com implantação da plataforma e dos taludes

Pretendendo-se a plataforma à cota 100 m, a curva de nível do terreno original correspondente a essa cota separa a região abfe, que sofrerá escavação, da região cdef, que sofrerá aterro. A curva de nível 100 m, no trecho ef recebe o nome de linha de passagem (de escavação para aterro). Os planos inclinados E_1, E_2 e E_3, limitados respectivamente por ea, ab e bf, são taludes de escavação; como consequência, as projecções horizontais das intersecções entre E_1 e E_2 e entre E_2 e E_3 são, respectivamente, as bissectrizes dos ângulos eab e abf. De forma idêntica, os planos inclinados A_1, A_2 e A_3, limitados respectivamente por ed, dc e cf são taludes de aterro; como consequência, as projecções horizontais das intersecções entre A_1 e A_2 e entre A_2 e A_3 são, respectivamente, as bissectrizes dos ângulos edc e dcf. Devem então marcar-se as bissectrizes dos ângulos dos vértices da plataforma, que serão projecções das intersecções entre planos inclinados de contenção do mesmo tipo.

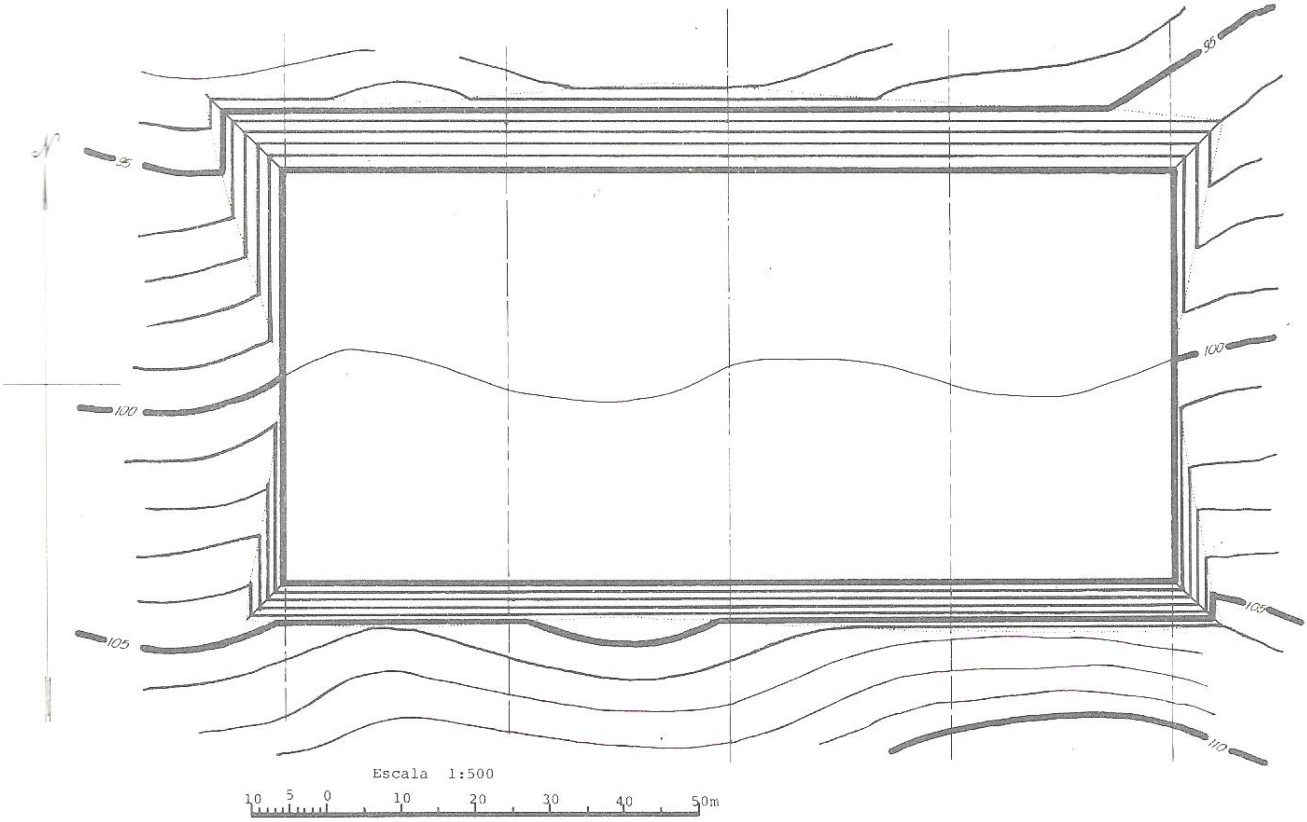


figura 2.58. Terraplenagem correspondente à implantação da plataforma

As curvas de nível contidas nos planos inclinados de contenção são perpendiculares às rectas de maior declive desses planos inclinados e são representadas com a mesma equidistância das curvas do terreno natural; as curvas de nível de dois planos inclinados de contenção que se intersectam cruzam-se na bissectriz traçada pelo correspondente vértice da plataforma, o que permite que seja traçada apenas uma recta de maior declive para o talude de escavação e apenas uma para o talude de aterro.

Como ab é uma recta horizontal, a recta de maior declive do plano E_2 será perpendicular a ab (ab pertence a E_2), determinando o ponto de cota 100 m. A partir do valor calculado para a distância horizontal de escavação (1.00), é possível graduar, na mesma escala da planta, a recta de maior declive do talude de escavação, determinando as posições das curvas de nível do plano E_2 correspondentes às cotas 101, 102, 103, etc.. As curvas de nível dos taludes de escavação E_1 e E_3 são obtidas a partir da intersecção das curvas de nível do plano E_1 com, respectivamente, as bissectrizes dos vértices a e b da plataforma.

A partir do valor calculado para a distância horizontal de aterro (1.50), é possível graduar, na mesma escala da planta, a recta de maior declive do talude de aterro, determinando as posições das curvas de nível do plano A_2. A recta de maior declive de A_2 tem a respectiva projecção horizontal perpendicular à recta de maior declive de A_2, obtendo-se assim as curvas de nível deste plano inclinado correspondentes às cotas 97, 98, 99, etc.. As curvas de nível dos planos A_1 e A_3 são determinadas a partir da intersecção das curvas de nível de A_2 com, respectivamente, as bissectrizes dos vértices d e c.

Determinam-se em seguida os pontos em que cada curva de nível do terreno original encontra as correspondentes curvas da mesma cota dos taludes, cuja união se designa por linha de off-set. O terreno modificado, por implantação da plataforma, tem então o aspecto apresentado na figura 2.58., onde se podem observar que as curvas de nível do terreno natural sofrem uma alteração ao atingiram as linhas de off-set, coincidindo com as curvas de nível dos taludes até novo encontro com uma linha de off-set, quando retomam a configuração original.

Exercícios

1. Represente no Civil3D o exemplo estudado e compare com a resolução analítica: a estrada de acesso a uma antena, com uma largura igual a 5 metros e com comprimento igual a 50 m, deve subir com uma taludação igual a 1 em 15, ao longo de uma encosta cuja taludação é igual a 1 em 10 (figura 2.35.). Supondo que as áreas de escavação e aterro devem equivaler-se, determine a abertura do lado da escavação e o volume de escavação, supondo que as taludações são iguais a 1 em 1 na berma em escavação e 1 em 2 na berma em aterro (no eixo h>0).

2. Represente no Civil3D o exemplo estudado e compare com a resolução analítica: em planta, uma vala para irrigação mede 7.5 m de largura por 13.5 m de comprimento. Utilizando a tabela seguinte, que traduz a profundidade, em metros, nos pontos indicados, estime o volume de escavação que foi necessário efectuar (supondo naturalmente o terreno original horizontal).

m/m	0	3.0	5.0	7.5	10.0	11.5	13.5
0	0.0	1.5	0.0	4.5	6.2	4.7	0.0
2.5	1.2	2.9	10.6	9.7	7.9	8.4	2.5
5.0	2.5	3.7	8.7	8.7	9.4	8.4	3.6
7.5	0.0	0.0	1.9	7.6	6.8	6.3	0.0

3. A taludação do terreno é igual a 1 em 20, a largura da faixa de rodagem é igual a 12.00 metros, a altura de projecto no eixo é igual a 3.05 metros; se a taludação das bermas for igual a 1 em 2, calcule as aberturas e as áreas das duas secções transversais.

4. As coordenadas dos vértices de uma parcela, em metros, estão indicadas na tabela. Calcule a) a área da parcela, em hectares b) as coordenadas da extremidade de uma vedação que partindo do vértice F, corta a parcela em duas áreas iguais.

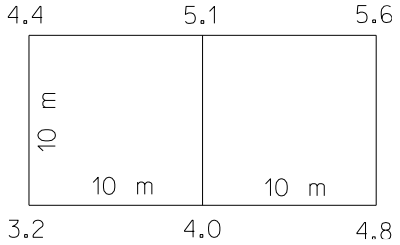
	M	P
A	1000	1000
B	1200	840
C	1630	795
D	2000	1070
E	1720	1400
F	1310	1540
G	905	1135

5. A estrada de acesso a um túnel é horizontal, tem um comprimento de 360 m e tem uma largura de 10 m. A intersecção da plataforma da estrada com o terreno natural (uma encosta cuja linha de maior declive tem uma taludação de 1 em 10) é perpendicular ao eixo do túnel. A estrada termina na base de um talude de escavação cuja taludação é de 1 em 1, enquanto que as taludações laterais são de 1 em 1.5. Calcule o volume de escavação associado à construção da estrada.

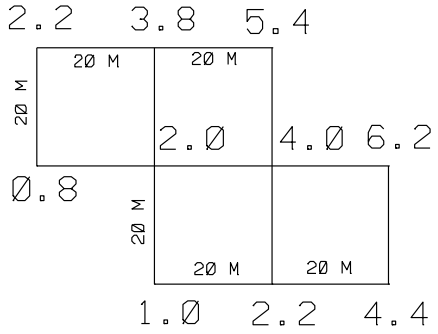
6. Calcule o volume de aterro de 6 lanços consecutivos de 20 metros de comprimento (correspondentes a 7 perfis) para a construção de uma via rápida, onde o terreno apresenta uma taludação de 1 em 5. A largura da faixa de rodagem é igual a 8 metros e a taludação das bermas é igual a 1 em 2, sendo as alturas de projecto de cada perfil, em metros, iguais respectivamente a 2.50, 3.10, 4.30, 4.25, 4.45, 3.60 e 3.20.

7. Digitalize as curvas de nível e a localização da plataforma correspondente ao exemplo estudado: seja abcd uma plataforma horizontal de cota 100 m que se deseja implantar na posição indicada na planta da figura 2.29.; suponha-se que através do estudo geotécnico do terreno, se considerou uma taludação 1 para 1 para os taludes de escavação e uma taludação 1 para 1.5 para os taludes de aterro. Calcule graficamente os volumes de escavação e aterro.

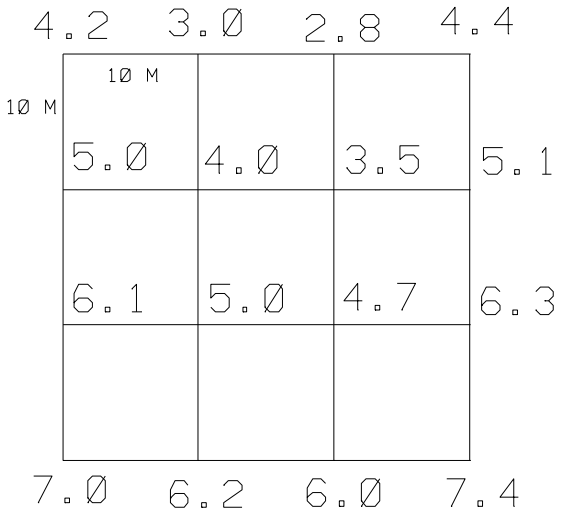
8. Considere a planta seguinte, onde as cotas estão em metros. Calcular o volume de corte quando o projecto exigir uma plataforma horizontal na cota 3.



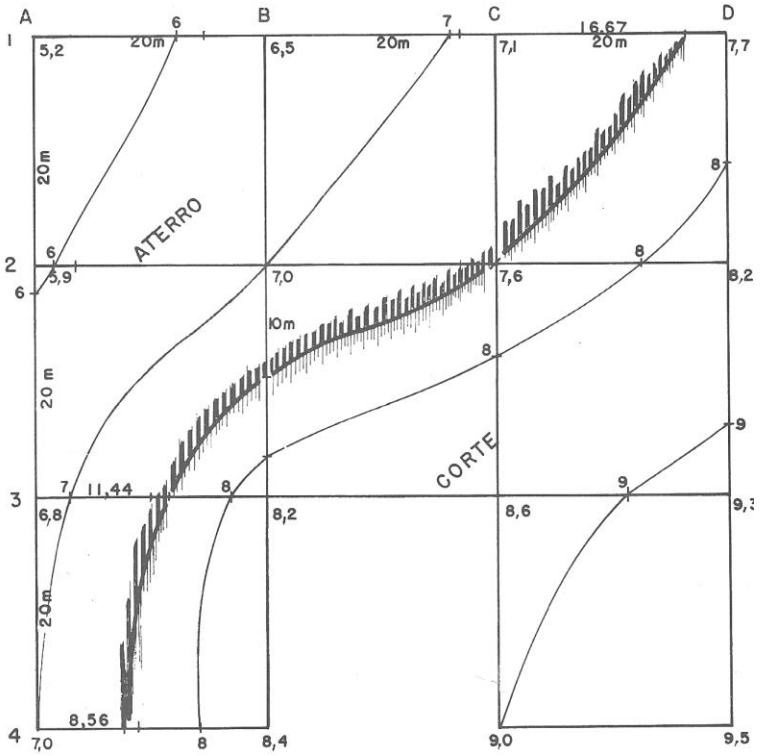
9. a) Calcule a cota final para a plataforma horizontal com volumes de escavação e aterro iguais. b) Calcule o número de viagens de camião com capacidade para transportar 8 m^3 por viagem, da zona de escavação para a zona de aterro, caso seja imposta a cota final de 3.5 m.



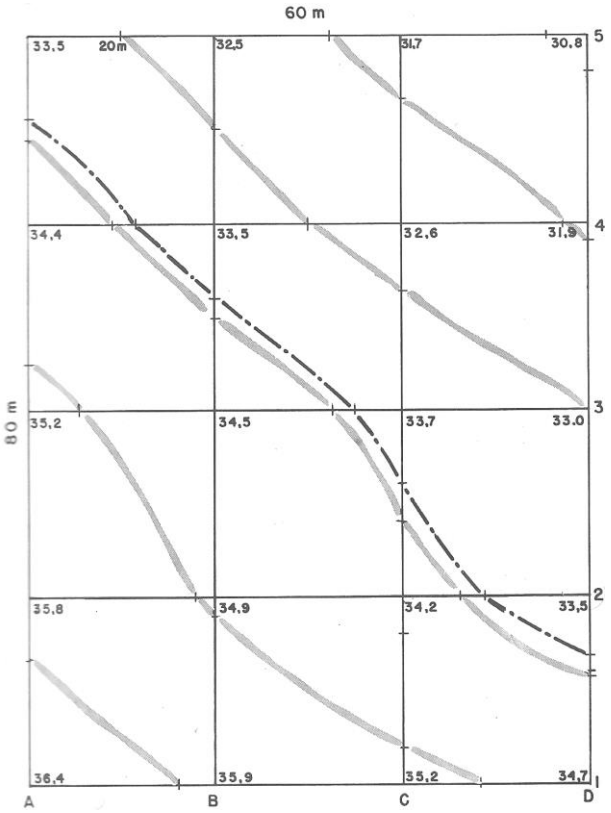
10. Calcule a cota final para o plano horizontal de forma que sobrem 180 m^3 de terra, que serão usados num aterro.



11. Calcule a cota do plano horizontal que resulta em volumes de escavação e aterro iguais.

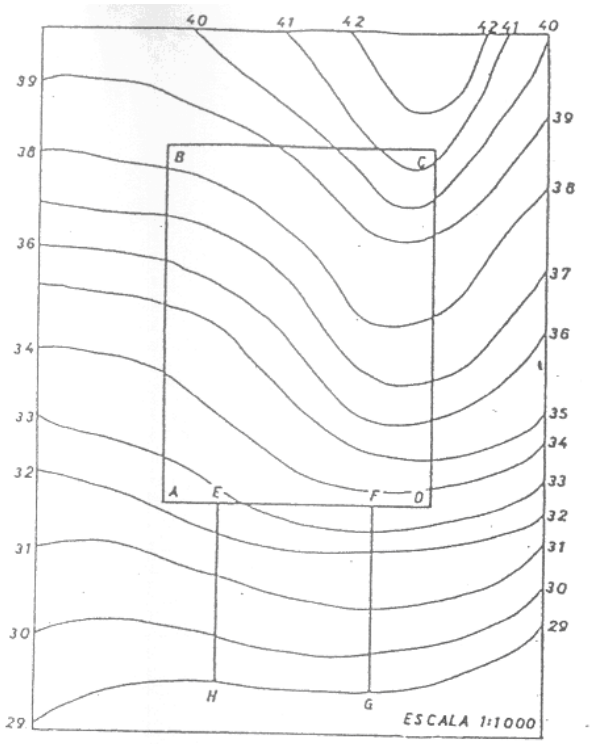


12. Calcule a cota que resulta em volumes de escavação e aterro iguais e calcule esses volumes.

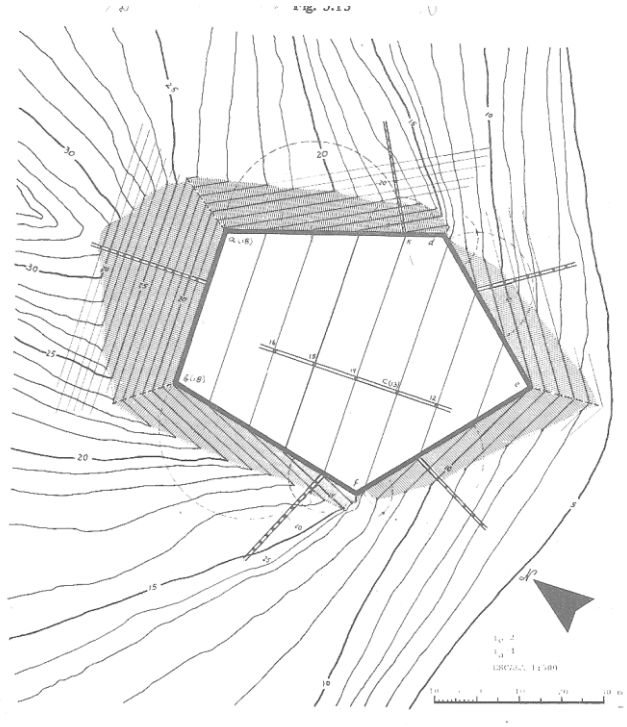


.

13. Num terreno cuja planta topográfica se anexa, pretende-se construir uma plataforma horizontal ABCD na cota 35 m (AD=35 m). Depois da plataforma construída, deve ser efectuada uma ligação ao terreno na cota 29 m através de uma rampa EFGH, cujo declive é constante. Sendo a taludação dos taludes de corte igual a 1/1 e dos taludes de aterro igual a 2/3, determine as linhas que definem os topos e as bases dos taludes, e o volume de corte e de aterro.

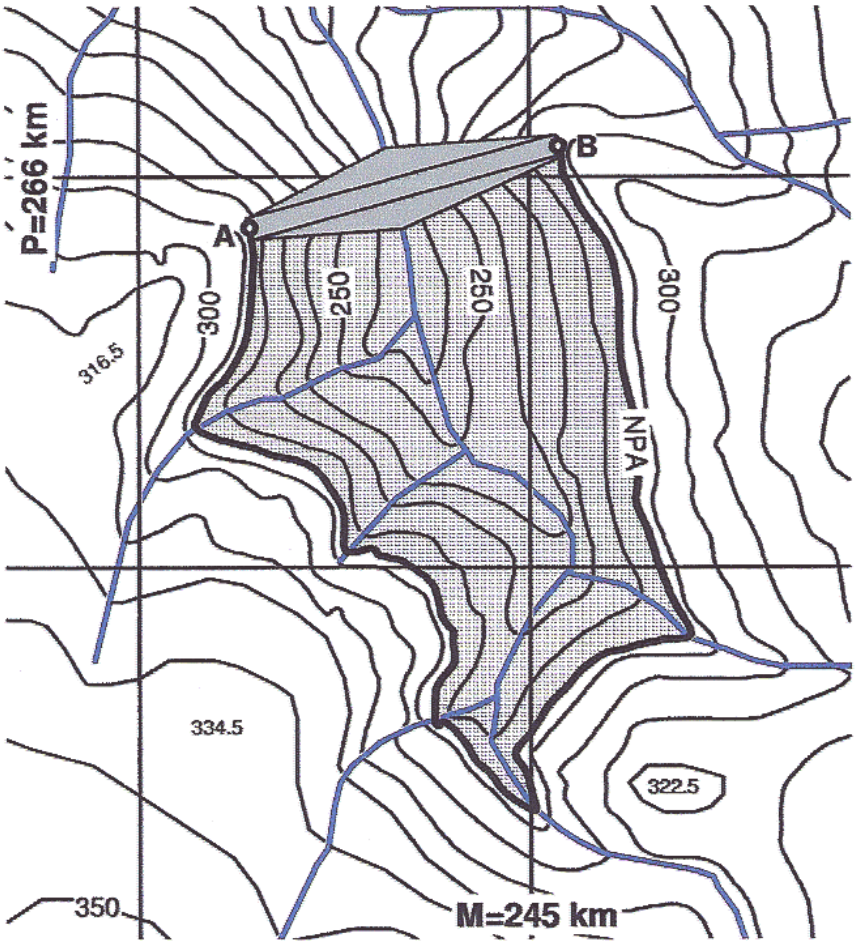


14. A figura representa o projecto de uma plataforma abdef, cuja inclinação é definida por a(18), b(18) e c(13), sendo a curva de nível de cota 13 a linha de passagem, devendo ser consideradas as taludações de 1 em 2 no caso das escavações e de 1 em 4 no caso dos aterros.

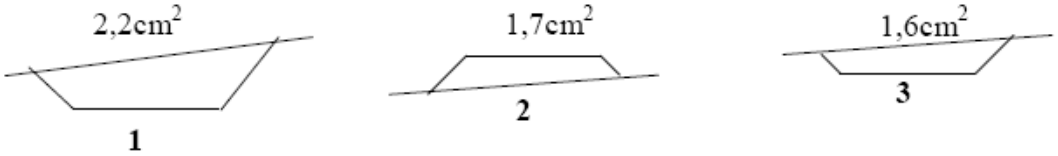


15. Considere a imagem barragem.tif. Considerando o coroamento da barragem à cota 290 m:

a) Digitalize a 3D a informação contida nessa imagem.
b) Escale a informação digitalizada utilizando a quadrícula quilométrica.
c) Georeferencie correctamente a informação digitalizada.
d) Considerando a albufeira cheia até à cota 280 m, calcule o volume de água armazenado.
e) Considerando a albufeira cheia até ao nível de pleno abastecimento (NPA), calcule o volume de água armazenado.
f) Qual é a taludação do paramento montante da barragem?
g) Suponha que após o enchimento se entendeu necessário reforçar a estrutura da barragem aumentando a taludação do paramento juzante para o valor 1/2.5; represente esta obra.



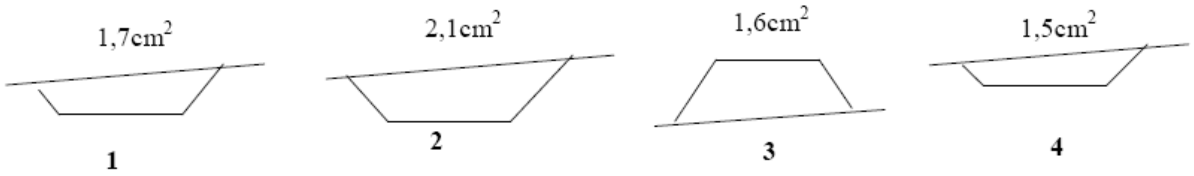
16. Pretende-se construir uma plataforma com 6 m de largura. Representaram-se os perfis transversais 1, 2 e 3 à escala 1:250, sendo a distância entre perfis sucessivos igual a 25m. Em cada um dos perfis indica-se a área gráfica correspondente à escavação ou aterro a executar.



a) Apresente num desenho esquemático um possível perfil longitudinal do terreno entre os pontos 1 e 3, colocando em abcissas as distâncias entre os pontos 1, 2 e 3 e em ordenadas a posição relativa aproximada das cotas do terreno e de projecto. Identifique no desenho as zonas de escavação (E) e de aterro (A).

b) Determine os volumes de escavação e de aterro entre o primeiro e o último dos perfis representados.

17. Pretende-se construir uma plataforma com 5m de largura. Representaram-se os perfis transversais 1, 2 3 e 4 à escala 1:500, sendo a distância entre perfis sucessivos igual a 20m. Em cada um dos perfis indica-se a área gráfica correspondente à escavação ou aterro a executar.



a) Apresente num desenho esquemático um possível perfil longitudinal do terreno entre os pontos 1 e 4. Utilize um referencial ortogonal colocando em abcissas os pontos 1, 2, 3 e 4 e em ordenadas a posição relativa das cotas do terreno e de projecto. Identifique zonas de aterro/escavação.

b) Determine os volumes de escavação e de aterro entre o primeiro e o último dos perfis representados.

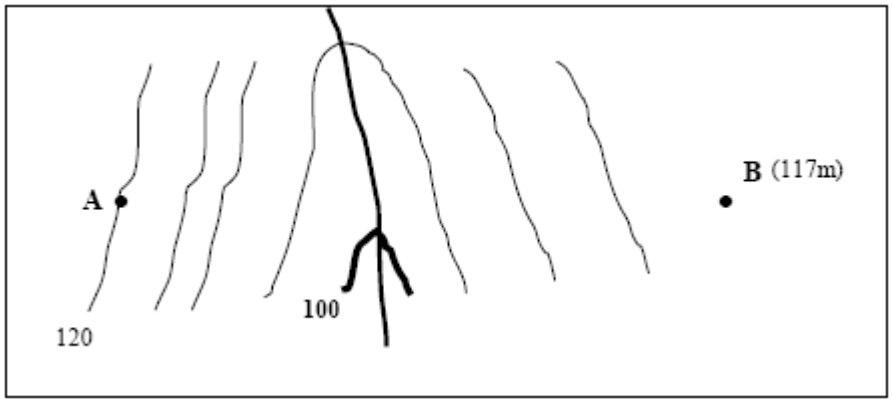
18. A figura seguinte representa parte de uma carta à escala 1: 1 000.

a) Entre os pontos A e B trace um perfil longitudinal do terreno sobrelevado 2 vezes.

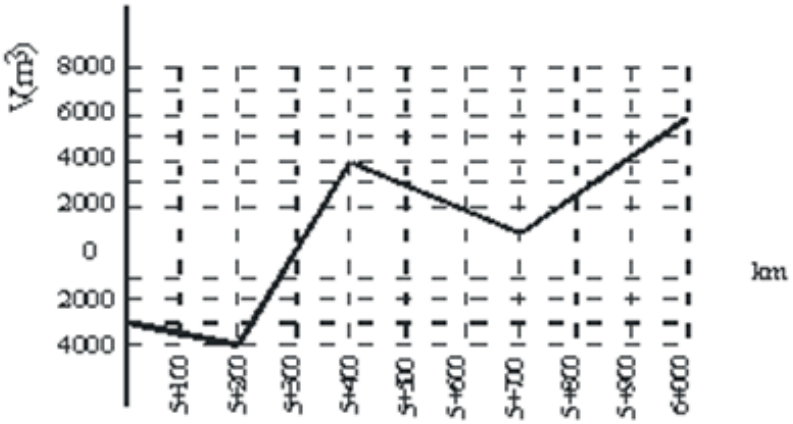
b) No perfil longitudinal desenhado entre os mesmos pontos trace uma plataforma horizontal com cota de 108m. Identifique zonas de aterro e de escavação e os respectivos perfis de passagem.

c) Para cálculo dos volumes de terra a movimentar (escavação e aterro) é necessário escolher criteriosamente locais para realização de perfis transversais. Quantos perfis transversais deverão ser realizados? Indique-os na mesma figura (utilize números para este efeito).

d) Repita a resolução da alínea b) considerando que a plataforma desce de A para B, com cota de partida de 109m e inclinação de 1,55º.



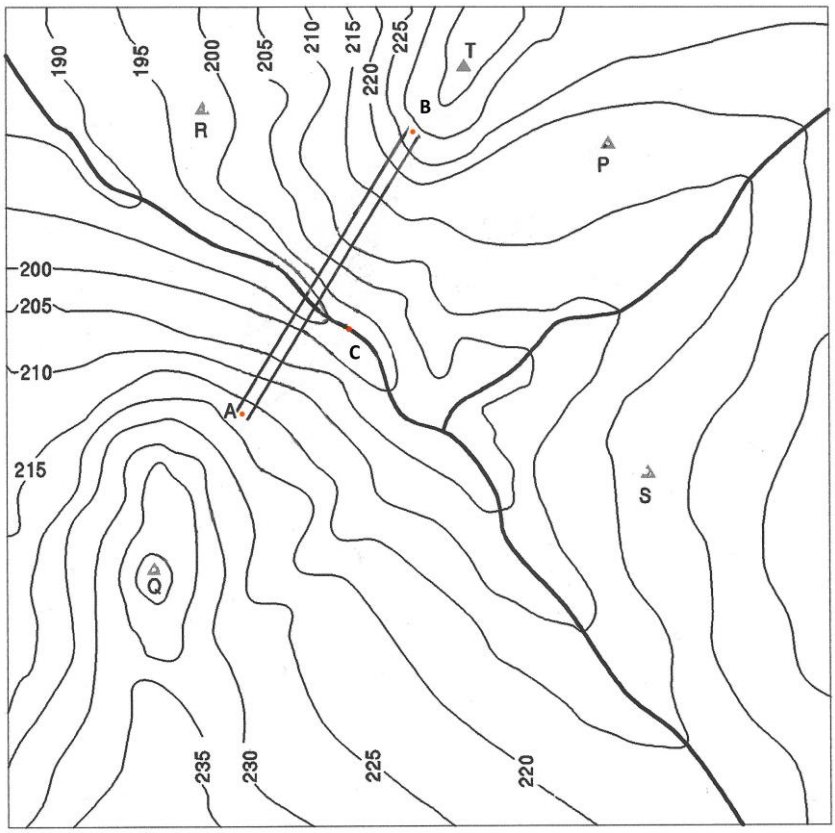
19. A figura representa o gráfico de Bruckner de projecto de um troço de uma estrada, o qual tem continuidade para ambos os lados. Depois de iniciada a obra verificou-se que entre o km 5+200 e o km 5+400 o solo é muito plástico e compressível, não podendo ser usado na execução do corpo de aterro, embora se possa construir um aterro sobre ele. Os volumes que em projecto se previam realizar são: entre o km 5+000 e o km 5+200: V_{esc} = 4000 m^3, entre o km 5+200 e o km 5+400: V_{esc} = 9000 m^3, entre o km 5+400 e o km 5+700: V_{at} = 4000 m^3, entre o km 5+700 e o km 6+000: V_{esc} = 9000 m^3. Admita ainda que se vão realizar as operações de transporte com um só meio mecânico. Indique a movimentação de terras global, identificando os volumes e as distâncias necessárias para concretizar cada movimento necessário.



20. Considerando o conjunto de pontos da tabela, digitalize a 3D, a partir da imagem barragem5.jpg, a informação altimétrica assim como plano do paramento montante da barragem, definido pelos pontos A, B e C.

a) Defina as rectas de nível sobre o paramento montante da barragem.
b) Calcule a taludação do paramento montante da barragem.
c) Defina a linha de implantação do paramento montante da barragem no solo.
d) Calcule o volume de água da barragem supondo a albufeira à cota 215 m.
e) Trace uma linha com declive constante entre os pontos R e T.

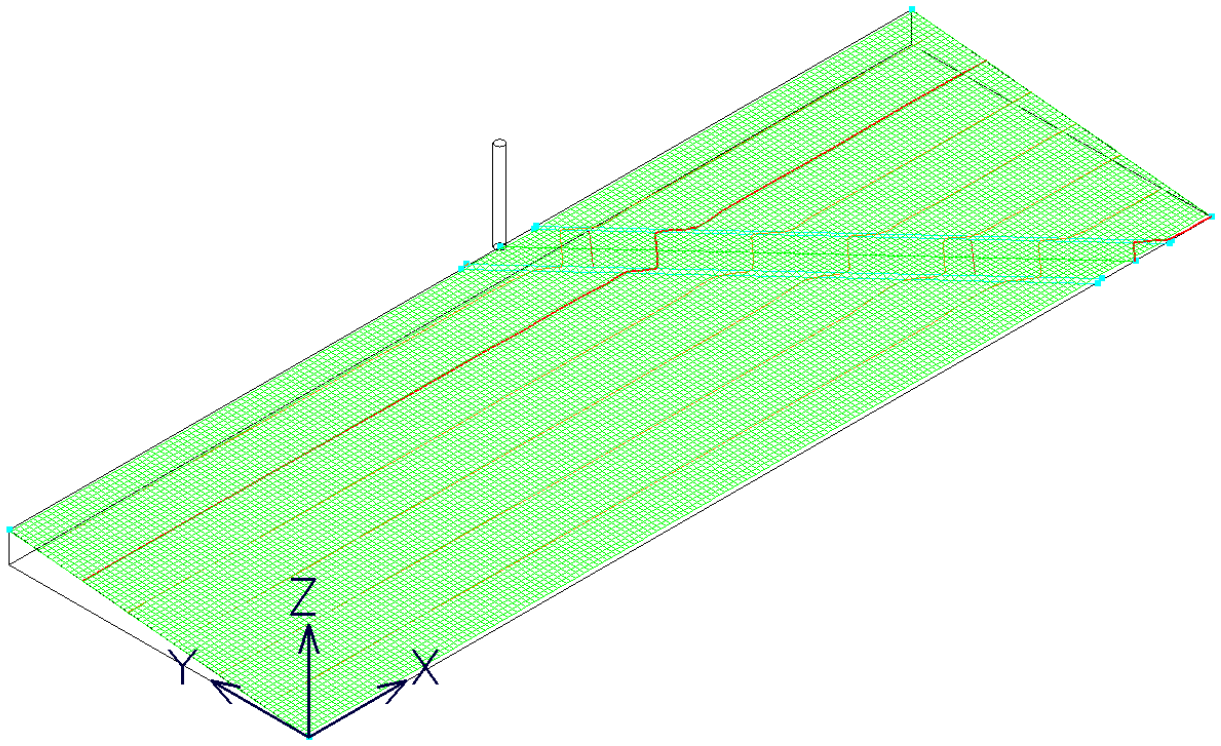
	M (m)	P (m)	C (m)
A	149846.442	134981.532	216.985
B	149874.885	135027.696	227.070
C	149864.382	134995.466	196.678
R	149840.175	135031.651	198.126
T	149883.683	135038.405	236.809
P	149907.593	135025.704	218.552
S	149913.962	134971.266	217.877
Q	149831.780	134955.889	241.263


190
195
200
205
210
215
220
225
T
B
R
P
200
205
C
210
A
215
S
Q
235
230
225
220

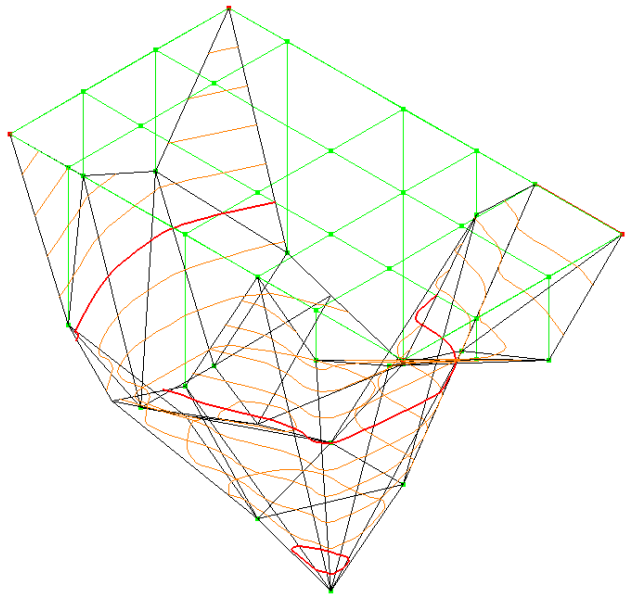
Bibliografia:

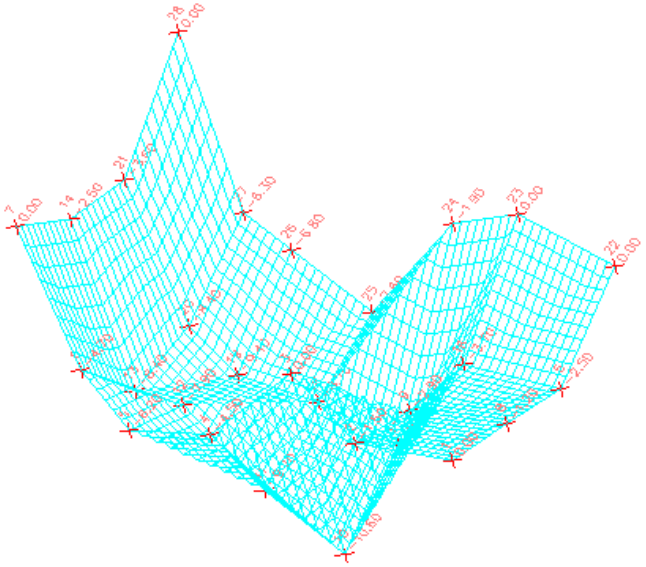
- Surveying. Theory and Practice. Davis, Foote, Anderson, Mikhail. McGraw-Hill
- Advanced Engineering Surveying. Shepherd F. A.. Edward Arnold Ed.
- Vias de Comunicação-Estradas. António Lemonde de Macedo. IST
- Vias de Comunicação. Jorge Paulino Pereira. IST
- Transportation Engineering-An introduction. Khisty C. J., Lall B. K.. Prentice Hall
- Engineering Surveying. Schofield W.. Butterworth-Heinemann
- Topografia e astronomia de posição para engenheiros e arquitetos. Domingues F. A.A.. McGraw-Hill
- Geomatics. Kavanagh B. F.. Prentice Hall.
- Fundamentos de Informação Geográfica, João Matos, Lidel
- Representação topográfica do terreno, Rui Marçal Fernandes, ISA, 2008

1.



2.

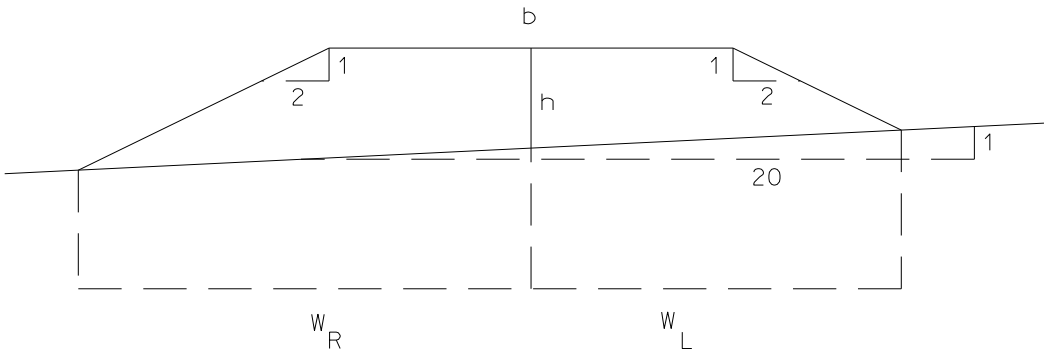




3.

$$w_R = \frac{12}{2} + \frac{3.05 + \frac{12}{2\times 20}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{20}} = 13.443\,\text{m}\ ;\ w_L = \frac{12}{2} + \frac{3.05 - \frac{12}{2\times 20}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{20}} = 11.000\,\text{m}\ ;$$

$$A_a = \frac{1}{8\times 20}\left(\frac{(2\times 3.05\times 20+12)^2\times 2}{20-2} + \frac{(12-2\times 3.05\times 20)^2}{20+2}\right) + 3.05*12 = 55.944\,\text{m}^2$$



4.

$$\text{ABCDEFG} = \frac{1}{2}(1000\times 840 + 1200\times 795 + 1630\times 1070 + 2000\times 1400 + 1720\times 1540 + 1310\times 1135 + 905\times 1000 -$$
$$1000\times 1200 - 840\times 1630 - 795\times 2000 - 1070\times 1720 - 1400\times 1310 - 1540\times 905 - 1135\times 1000) = 508225\,\text{m}^2$$

$$\text{ABCDEFGA} \rightarrow \begin{cases} \text{FXBAGFB} = 254112.5\ \text{m}^2 \\ \text{FXCDEFB} = 254112.5\ \text{m}^2 \end{cases}$$

$$R_{FC} = \text{a tan}\frac{M_C - M_F}{P_C - P_F} = \text{a tan}\frac{1630-1310}{795-1540} = \text{a tan}\frac{320}{-745} = 156^{\circ}.755016;\ \overline{FC} = \sqrt{(M_C - M_F)^2 + (P_C - P_F)^2} = 810.817\ \text{m}$$

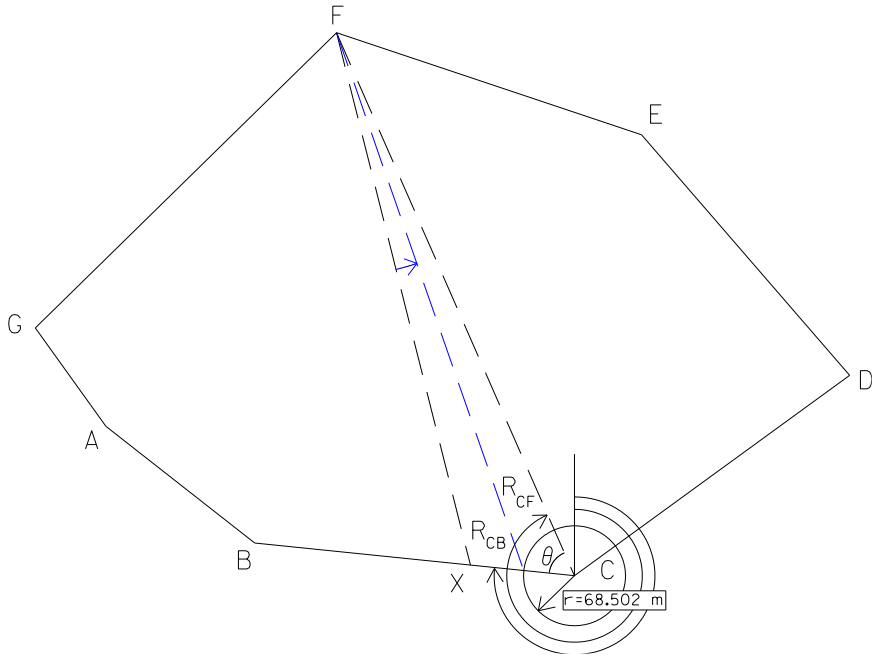
$$R_{CB} = \text{a tan}\frac{M_B - M_C}{P_B - P_C}\text{a tan}\frac{1200-1630}{840-795} = \text{a tan}\frac{-430}{45} = 275^{\circ}.974323$$

$$\theta = R_{CF} - R_{CB} = 180^{\circ} + 156^{\circ}.755016 - 275^{\circ}.974323 = 60^{\circ}.780693$$

$$\text{FEDCF} = \frac{1}{2}(1310\times 1400 + 1720\times 1070 + 2000\times 795 + 1630\times 1540 - 1540\times 1720 - 1400\times 2000 - 1070\times 1630 - 795\times 1310) = (-)229875$$

$$\text{FXCF} = 254112.5 - \text{FEDCF} = 24237.5\ \text{m}^2$$

$$\overline{XC} = \frac{\text{FXCF}}{0.5\times\overline{FC}\times\sin\theta} = 68.502\ \text{m}$$



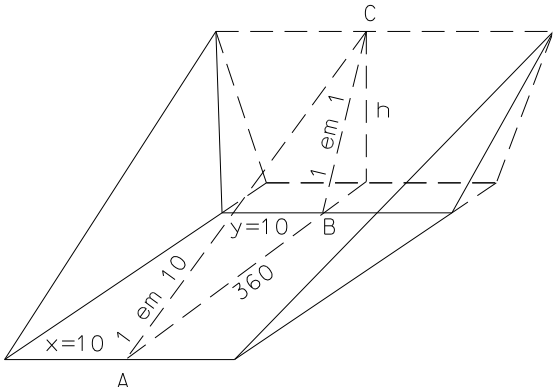
5.

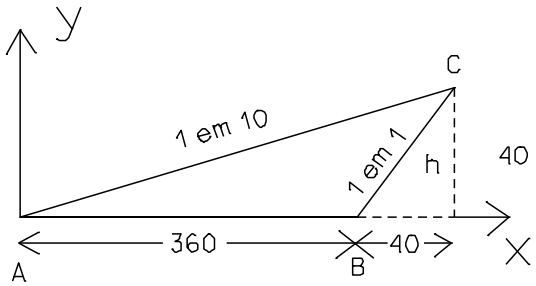
Recta AC: a=0.1, b=0 => y=0.1x

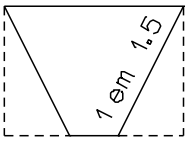
Recta BC: a=1, b=-360 => y=-360+x

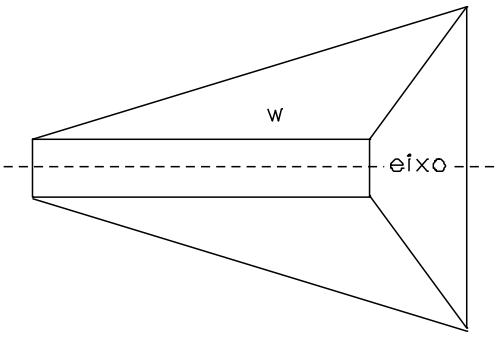
Como o ponto C pertence a ambas as rectas, tem-se: 0.1x=-360+x ⇔ 0.9x=360 ⇔ x=360/0.9=400 e y=40

Como as taludações laterais são 1 em 1.5, para uma altura de 40 m a distância horizontal correspondente é igual a 60 m; tem-se então z=10+2x60=130 m.

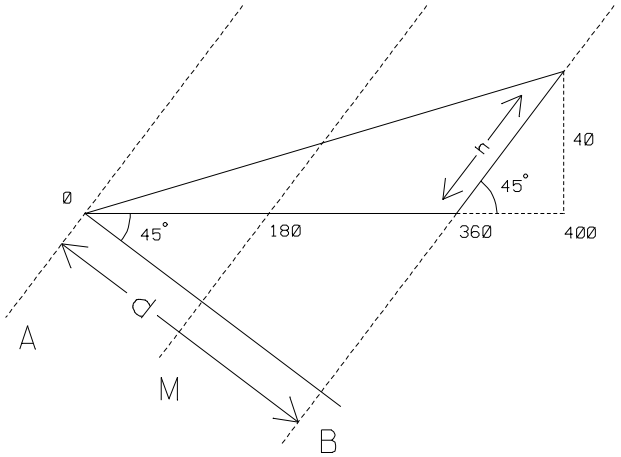






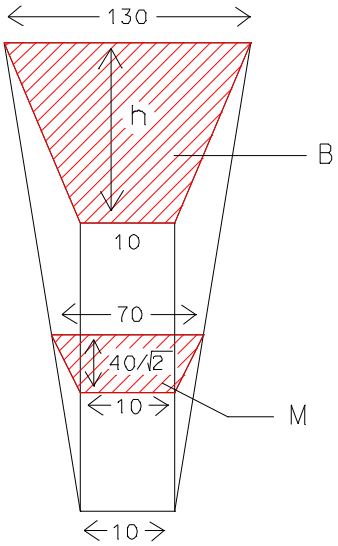


a) Considerando os planos A, M, B (representados a azul na figura) paralelos à face com taludação 1/1:



$$\cos 45^{o} = \frac{d}{360} \Rightarrow d = 360\frac{\sqrt{2}}{2} = 180\sqrt{2}$$

(distância entre os planos A e B)



$$\sin 45^{o} = \frac{40}{h} \Rightarrow h = \frac{40}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{80}{\sqrt{2}}$$

Secção obtida por intersecção do plano B com a cunha:

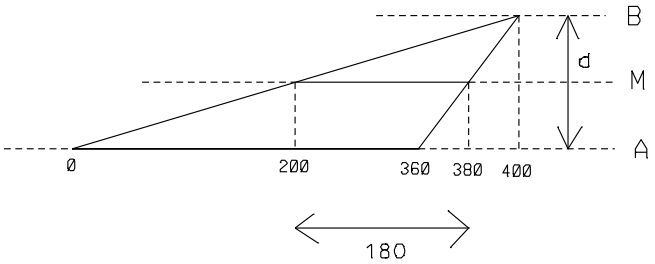
área da secção B = $\frac{130+10}{2} \times \frac{80}{\sqrt{2}} = \frac{5600}{\sqrt{2}}$ m^2

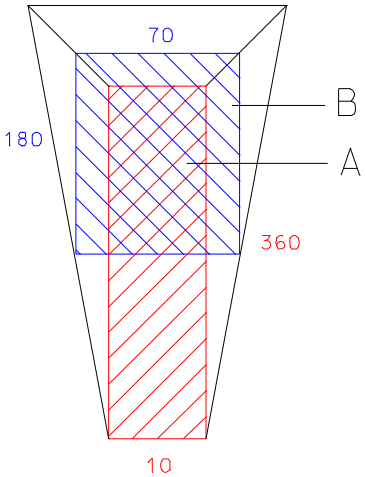
Secção obtida por intersecção do plano M com a cunha:

área da secção M = $\frac{70+10}{2} \times \frac{40}{\sqrt{2}} = \frac{1600}{\sqrt{2}}$ m^2

Volume do prismóide: $V_P = \frac{180\sqrt{2}}{6}\left(\frac{5600}{\sqrt{2}} + \frac{4 \times 1600}{\sqrt{2}}\right) = 30(5600 + 6400) = 360000$ m^3 (A=0)

b) Considerando os planos A, M, B (representados a encarnado na figura) paralelos à plataforma da estrada:





Secção obtida por intersecção do plano A com a cunha:

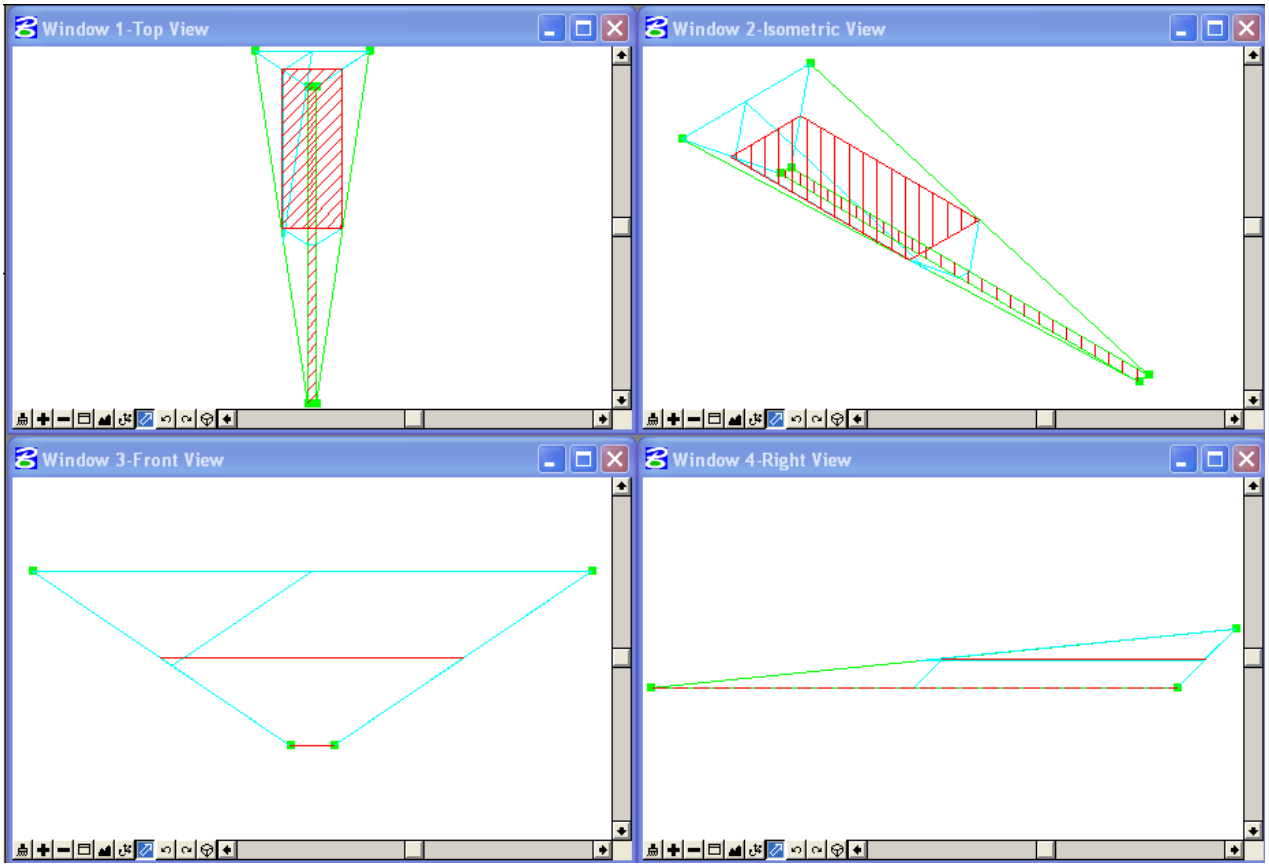
área da secção A = $10 \times 360 = 3600\ m^2$

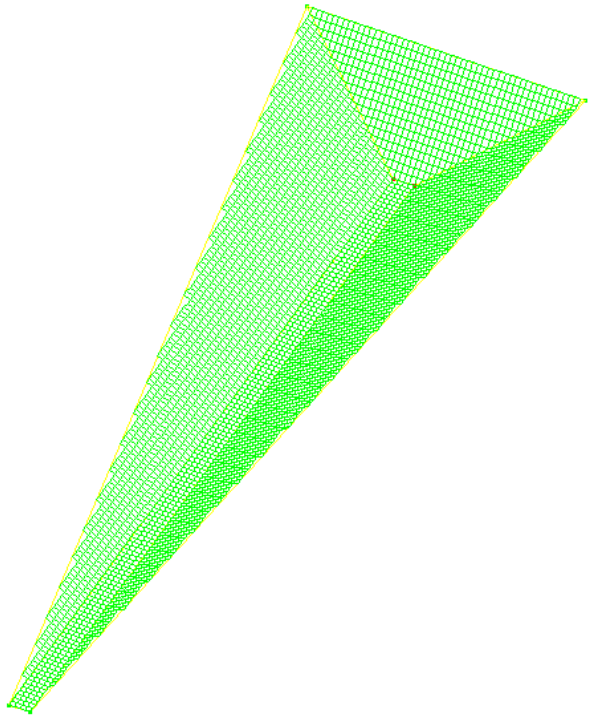
Secção obtida por intersecção do plano M com a cunha:

área da secção M = $70 \times 180 = 12600\ m^2$

Volume do prismóide: $V_P = \frac{40}{6}(3600 + 4 \times 12600) = 360000\ m^3$ (B=0)

Utilizando o siteworks, tem-se





```
                Triangle Volume Report

Original Surface: superficie original
  Design Surface: superficie escavada

   Cut              Fill              Net
 (cu   m)          (cu   m)          (cu   m)
---------------------------------------------
 360000.00         0.00           360000.00
```

6. D=20 m; m_T=5; b=8 m; m=2; $A = \dfrac{m\left(h^2 m_T^2 + \left(\dfrac{b}{2}\right)^2 + bhm\right)}{m_T^2 - m^2} + bh$; $C_p = \dfrac{D}{6}\dfrac{m^2{}_T}{m_T^2 - m^2} m\left(h_{i+1} - h_i\right)^2$

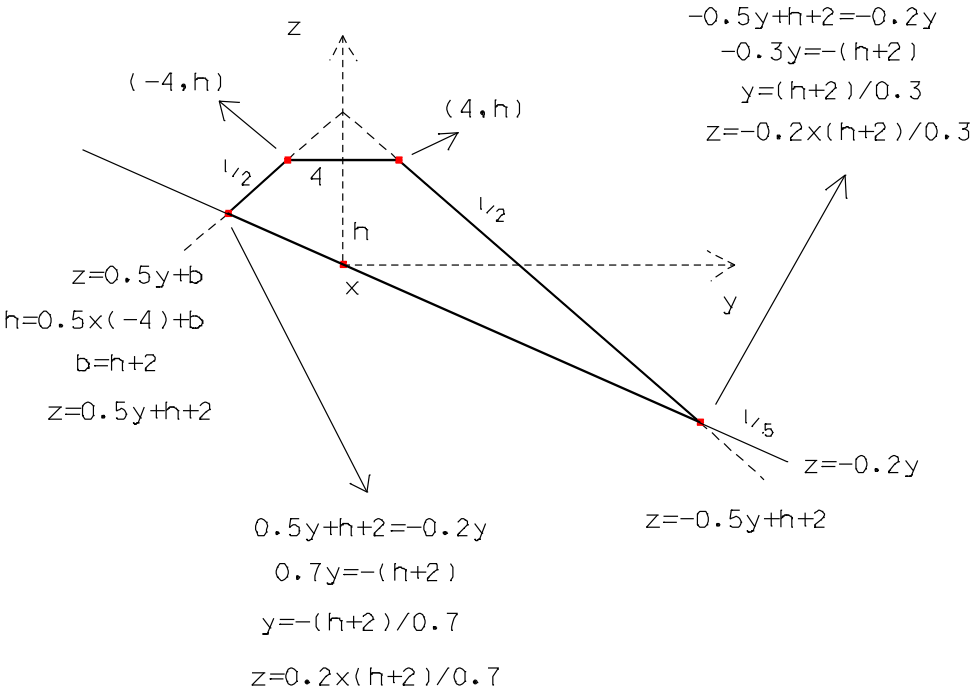
h_1=2.50 m	A_1=40.22 m^2	w_R=15.00 m	w_L=6.43 m
h_2=3.10 m	A_2=53.94 m^2	w_R=17.00 m	w_L=7.29 m
h_3=4.30 m	A_3=86.50 m^2	w_R=21.00 m	w_L=9.00 m
h_4=4.25 m	A_4=85.01 m^2	w_R=20.83 m	w_L=8.93 m
h_5=4.45 m	A_5=91.04 m^2	w_R=21.50 m	w_L=9.21 m
h_6=3.60 m	A_6=66.68 m^2	w_R=18.67 m	w_L=8.00 m
h_7=3.20 m	A_7=56.38 m^2	w_R=17.33 m	w_L=7.43 m

Volume total=8607.77 m^3

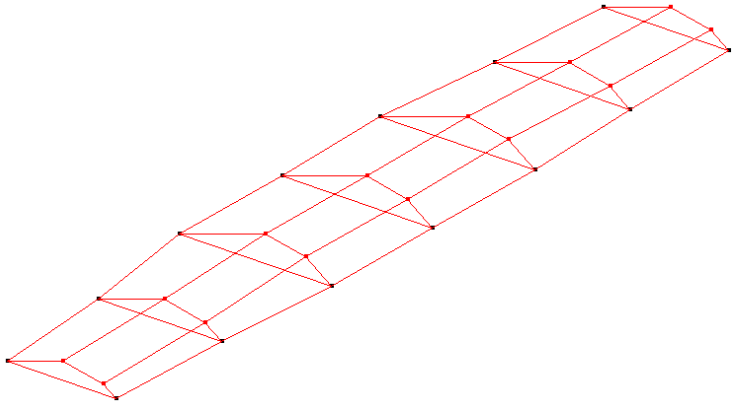
$V_1=D(A_1+A_2)/2$=941.60 m^3	C_{p1}=2.86 m^3	$V_{p1}=V_1-C_{p1}$= 938.74 m^3
$V_2=D(A_2+A_3)/2$= 1404.40 m^3	C_{p2}=11.43 m^3	$V_{p2}=V_2-C_{p2}$= 1392.97 m^3
$V_3=D(A_3+A_4)/2$= 1715.10 m^3	C_{p3}=0.02 m^3	$V_{p3}=V_3-C_{p3}$= 1715.08 m^3
$V_4=D(A_4+A_5)/2$= 1760.50 m^3	C_{p4}=0.32 m^3	$V_{p4}=V_4-C_{p4}$= 1760.18 m^3
$V_5=D(A_5+A_6)/2$= 1577.20 m^3	C_{p5}=5.73 m^3	$V_{p5}=V_5-C_{p5}$= 1571.47 m^3
$V_6=D(A_6+A_7)/2$= 1230.60 m^3	C_{p6}=1.27 m^3	$V_{p6}=V_6-C_{p6}$= 1229.33 m^3

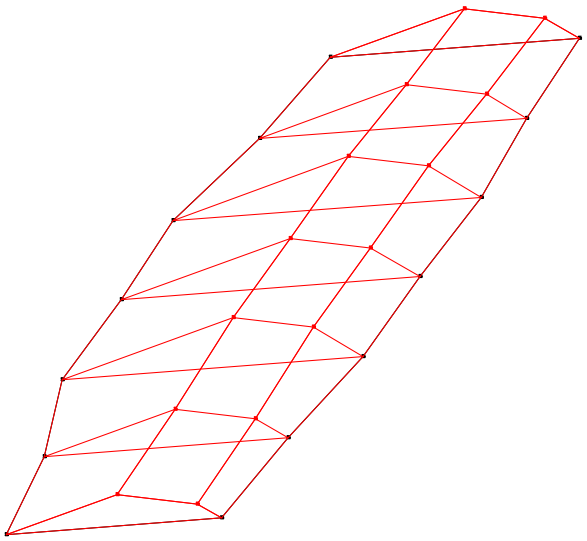
Resolução gráfica:

a) supondo a estrada em aterro com o eixo horizontal, cada uma das 7 secções é definida pelos respectivos vértices, cujas coordenadas são obtidas em relação ao referencial (x,y,z) considerado calculando as intersecções das rectas que definem a forma das secções:



h=2.50	x=0	y=-6.4286	z=1.2857		y=15	z=-3
h=3.10	x=20	y=-7.2857	z=1.4571		y=17	z=-3.4
h=4.30	x=40	y=-9	z=1.8		y=21	z=-4.2
h=4.25	x=60	y=-8.9286	z=1.7857		y=20.8333	z=-4.1667
h=4.45	x=80	y=-9.2143	z=1.8429		y=21.5	z=-4.3
h=3.60	x=100	y=-8	z=1.6		y=18.6667	z=-3.7333
h=3.20	x=120	y=-7.4286	z=1.4857		y=17.3333	z=-3.4667





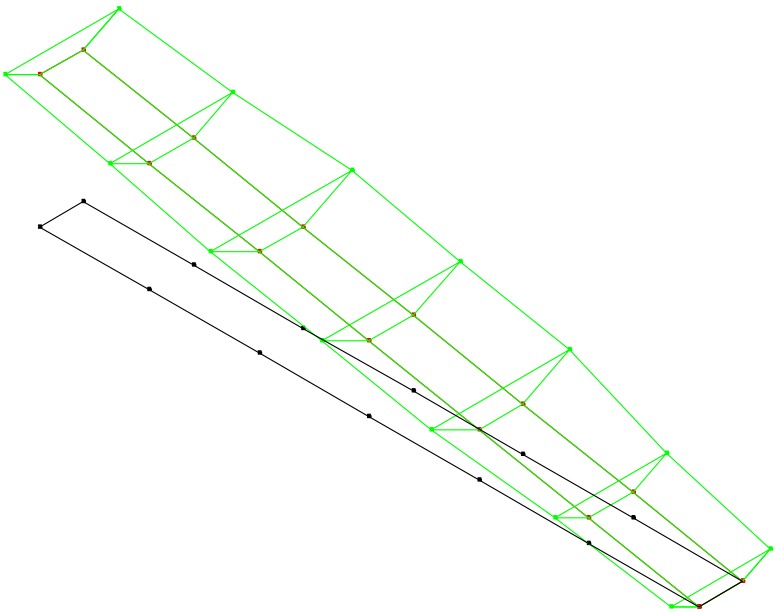
Triangle Volume Report

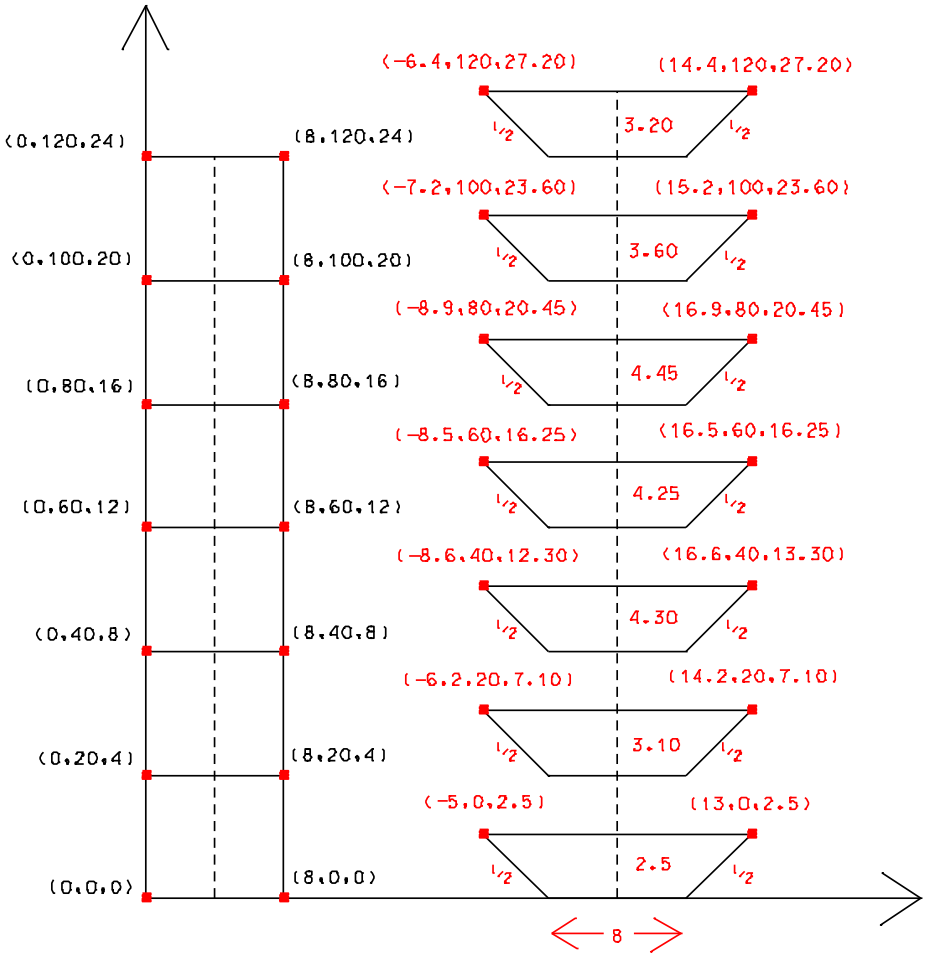
Original Surface: terreno

Design Surface: aterro

Cut (cu m)	Fill (cu m)	Net (cu m)
0.0000	8607.4082	-8607.4082

b) supondo a estrada em escavação com o eixo segundo a linha de maior declive do terreno, tem-se:





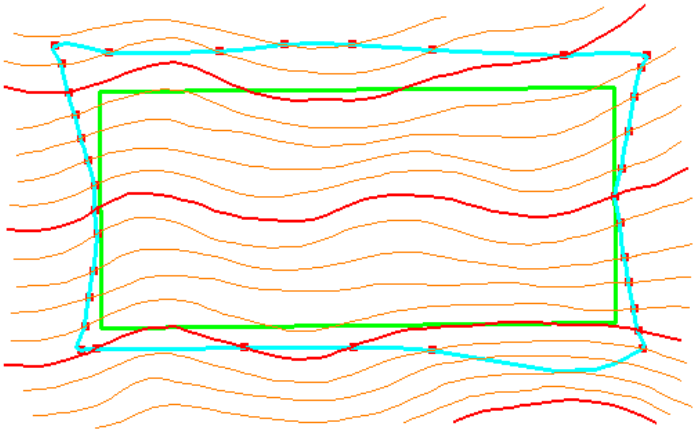
Triangle Volume Report

Original Surface: terreno

Design Surface: escavacao

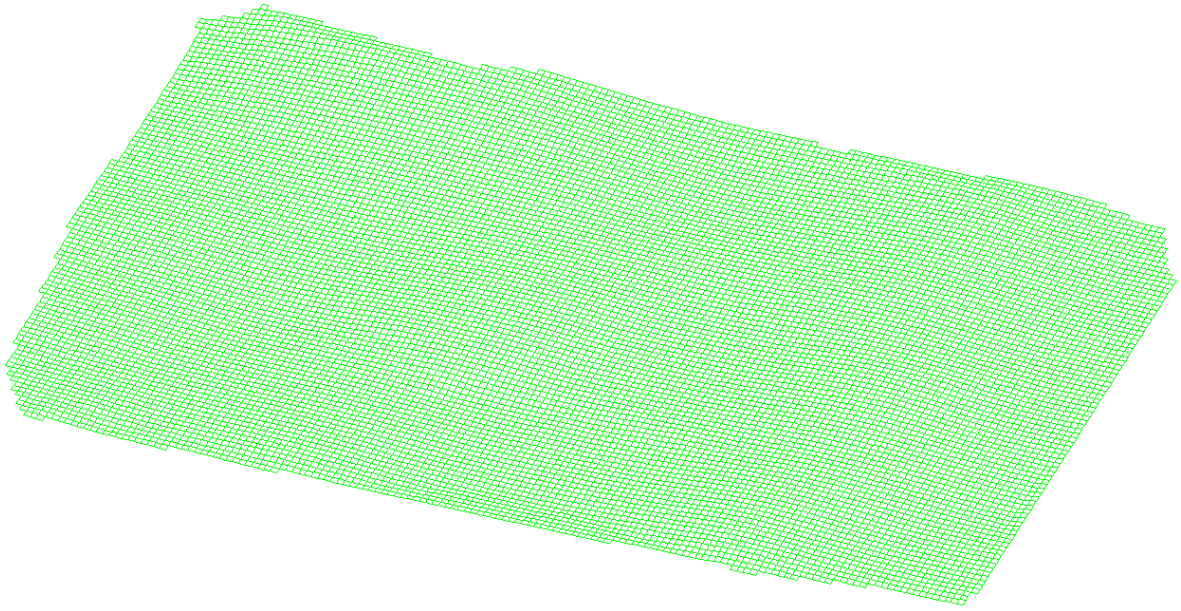
Cut (cu m)	Fill (cu m)	Net (cu m)
7076.6333	0.0000	7076.6333

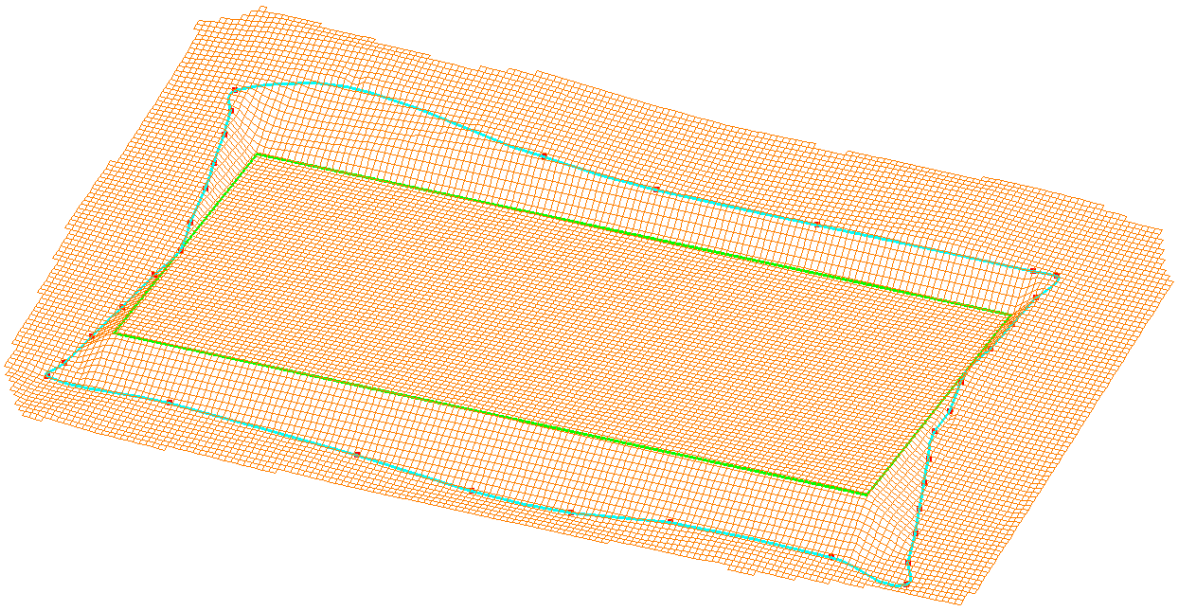
7.



lv=1: curvas de nivel mestras dentro da breakline
lv=2: curvas de nivel mestras fora da breakline
lv=3: curvas de nivel intermédias dentro da breakline
lv=4: curvas de nivel intermédias fora da breakline
lv=5: plataforma à cota 100 m + breakline
lv=6: planos dos taludes de aterro e escavação
lv=29: terreno natural (gridded model)
lv=30: plataforma (gridded model)

terreno natural - plataforma	escavação=9527.52 m^3
	aterro=10528.70 m^3
	resumo=1001.18 m^3





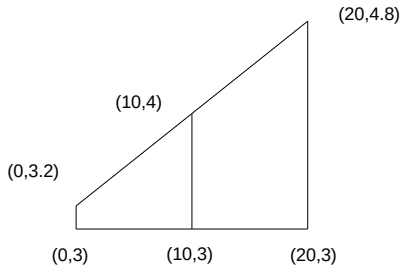
Triangle Volume Report

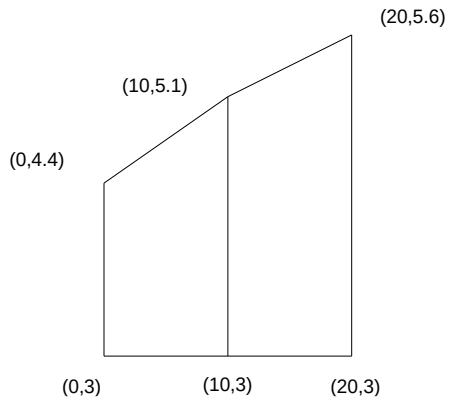
Original Surface: natural

Design Surface: plataforma

Cut (cu m)	Fill (cu m)	Net (cu m)
9372.3334	10755.1637	-1382.8303

8. Considerando 2 perfis longitudinais, tem-se:

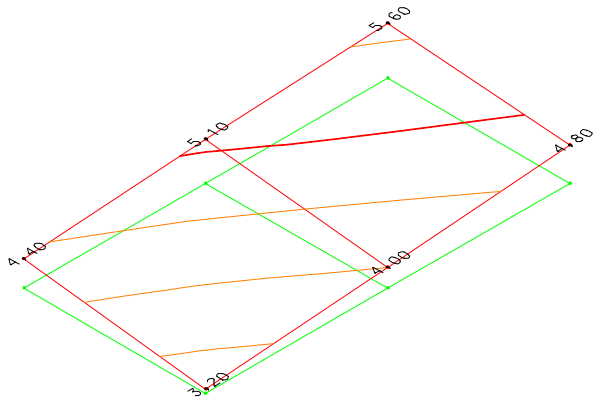




$$A_1 = \frac{1}{2}(\frac{0}{3}\ \frac{10}{3}\ \frac{20}{3}\ \frac{20}{4.8}\ \frac{10}{4}\ \frac{0}{3.2}\ \frac{0}{3}) = \frac{1}{2}(30+96+80+32-30-60-60-48) = 20\ m^2$$

$$A_2 = \frac{1}{2}(\frac{0}{3}\ \frac{10}{3}\ \frac{20}{3}\ \frac{20}{5.6}\ \frac{10}{5.1}\ \frac{0}{4.4}\ \frac{0}{3}) = \frac{1}{2}(30+112+102+44-30-60-60-56) = 41\ m^2$$

$$V = \frac{20+41}{2} x10 = 305\ m^3$$



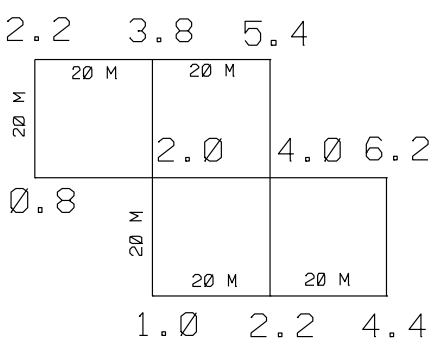
Triangle Volume Report

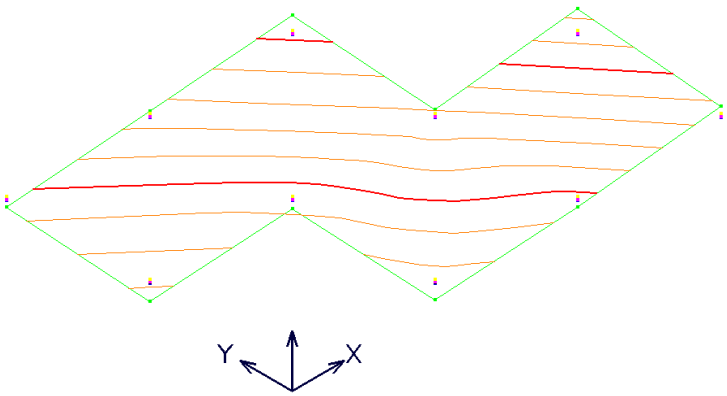
Original Surface: natural

Design Surface: plataforma

Cut (cu m)	Fill (cu m)	Net (cu m)
306,6667	0,0000	306,6667

9. a) cálculo numérico da cota da plataforma para a qual Ve=Va (cota média do terreno)





Triangle Volume Report

Original Surface: terreno

Design Surface: cota 3 m

Cut (cu m)	Fill (cu m)	Net (cu m)
875.7800	649.1134	226.6667

Original Surface: terreno

Design Surface: cota 3.1 m

Cut (cu m)	Fill (cu m)	Net (cu m)
795.2940	728.6274	66.6667

Original Surface: terreno

Design Surface: cota 3.12 m

Cut (cu m)	Fill (cu m)	Net (cu m)
779.7234	745.0567	34.6667

Original Surface: terreno

Design Surface: cota 3.14 m

Cut (cu m)	Fill (cu m)	Net (cu m)
764.3271	761.6604	2.6667

<u>cálculo analítico</u> da cota da plataforma para a qual Ve=Va (cota média do terreno)

i) 6 pontos que contribuem com peso 1 (1 quadrante): 2.2+5.4+6.2+4.4+1.0+0.8=20.0 m

ii) 2 pontos que contribuem com peso 2 (2 quadrantes): 3.8+2.2=6.0 m

iii) 2 pontos que contribuem com peso 3 (3 quadrantes): 2.0+4.0=6.0 m

cota média=(20.0+6.0*2+6.0*3)/(6+2*2+2*3)=50.0/16=3.125 m

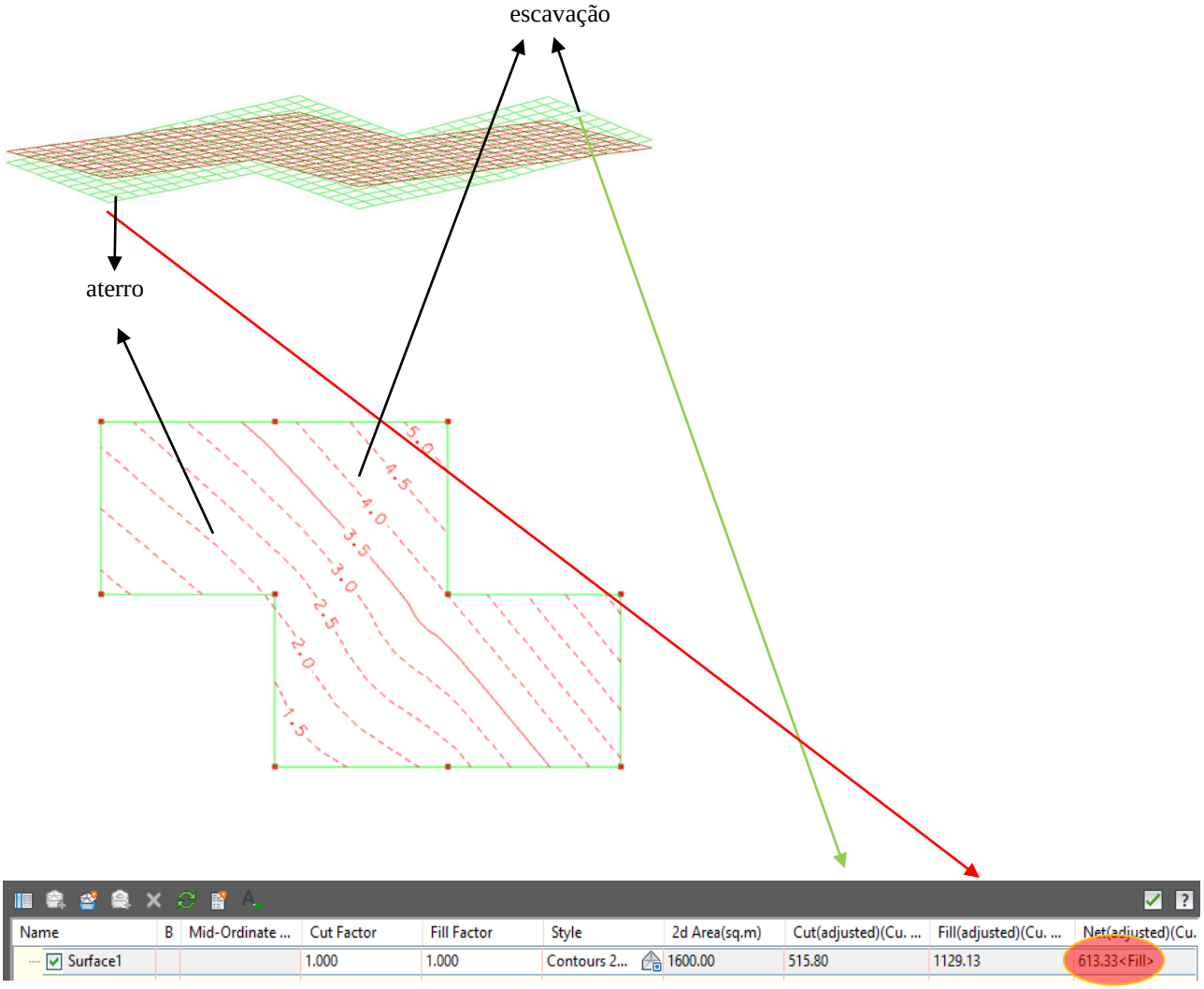
b) <u>cálculo analítico</u> do movimento de terras associado à implantação de superfície horizontal à cota 3.5 m

área plana do terreno = 20 x 40 + 20 x 40 = 1600 m^2

(3.5-3.125) x 1600 = 600 m^3 de material necessário para o aterro (cota de projecto – cota média)

600 m^3 / 8 m^3 = 75 viagens

cálculo numérico do movimento de terras associado à implantação de superfície horizontal à cota 3.5 m



(se a plataforma horizontal estiver à cota 3.125 m, o volume de escavação (≈760 m^3) é igual ao volume de aterro; subindo a cota da plataforma horizontal para a cota 3.5 m, o volume de escavação vai diminuir para ≈515 m^3 e o volume de aterro vai aumentar para ≈1129 m^3, sendo necessário ir buscar mais ≈613 m^3 de material para completar o aterro)

10.

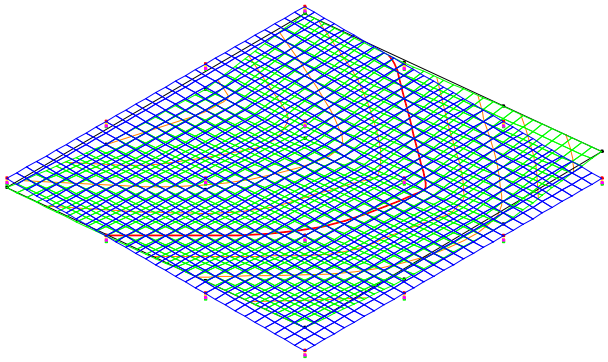
cálculo numérico da cota média do terreno:

Triangle Volume Report

Original Surface: terreno

Design Surface: cota 5 m

Cut (cu m)	Fill (cu m)	Net (cu m)
305.4636	483.7969	-178.3333



Original Surface: terreno

Design Surface: cota 4.5 m

Cut (cu m)	Fill (cu m)	Net (cu m)
531.3839	259.7173	271.6667

Original Surface: terreno

Design Surface: cota 4.7 m

Cut (cu m)	Fill (cu m)	Net (cu m)
432.0649	340.3982	91.6667

Original Surface: terreno

Design Surface: **cota 4.6 m**

Cut (cu m)	Fill (cu m)	Net (cu m)
480.1766	298.5100	**181.6667 ≈180 m³**

<u>cálculo analítico</u> da cota média do terreno:

a) 4 pontos que contribuem com peso 1 (1 quadrante): 4.2+4.4+7.4+7.0=23.0 m

b) 8 pontos que contribuem com peso 2 (2 quadrantes): 3.0+2.8+5.1+6.3+6.0+6.2+6.1+5.0=40.5 m

c) 4 pontos que contribuem com peso 4 (4 quadrantes): 4.0+3.5+4.7+5.0=17.2 m

cota média=(23.0+40.5*2+17.2*4)/(4+8*2+4*4)=172.8/36=**4.80 m**

área plana do terreno = 30 m x 30 m = 900 m^2

diferença de cotas x área plana = diferença de volumes => diferença de cotas = 180 m^3/900 m^2 = **0.20 m**

cota a ser adoptada = 4.80 – 0.20 = **<u>4.60 m</u>**

11.

Somatório ponderado das cotas com peso=1 (6): 5.2+7.7+9.5+9.0+8.4+7.0=46.8

Somatório ponderado das cotas com peso=2 (6): (6.8+5.9+6.5+7.1+8.2+9.3)*2=43.8*2=87.6

Somatório ponderado das cotas com peso=3 (2): (8.2+8.6)*3=16.8*3=50.4

Somatório ponderado das cotas com peso=4 (2): (7.0+7.6)*4=14.6*4=58.4

Somatório ponderado das cotas = 46.8+87.6+50.4+58.4=243.2

Cota média ponderada=243.2/(6*1+6*2+2*3+2*4)=243.2/32=**7.60 m**

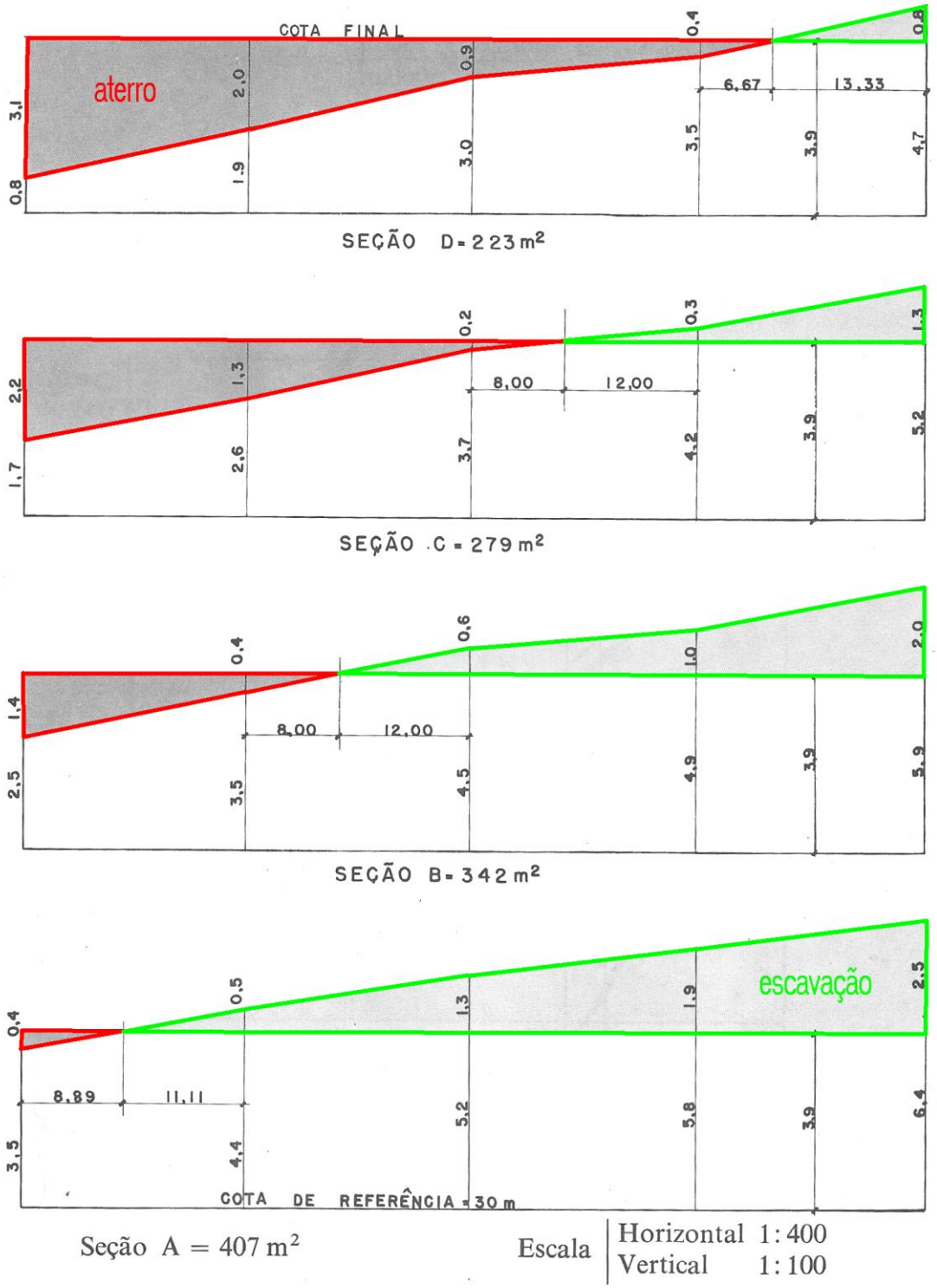
12. Somatório ponderado das cotas com peso=1 (4): 33.5+30.8+34.7+36.4=135.4

    Somatório ponderado das cotas com peso=2 (10): 32.5+31.7+31.9+33.0+33.5+35.2+35.9+35.8+35.2+34.4=339.1

    Somatório ponderado das cotas com peso=4 (6): 33.5+32.6+34.5+33.7+34.9+34.2=203.4

    Cota média ponderada=(135.4+2*339.1+4*203.4)/(4*1+10*2+6*4)=**33.9 m**

    (cota que corresponde a volumes de escavação e aterro iguais)



Cálculo das áreas das secções do terreno original:

$$AA = \frac{1}{2}\left(\frac{0}{30}\ \frac{80}{30}\ \frac{80}{36.4}\ \frac{60}{35.8}\ \frac{40}{35.2}\ \frac{20}{34.4}\ \frac{0}{33.5}\ \frac{0}{30}\right) =$$

$$= (80 \times 36.4 + 80 \times 35.8 + 60 \times 35.2 + 40 \times 34.4 + 20 \times 35.5 - 80 \times 30 - 80 \times 30 - 60 \times 36.4 - 40 \times 35.8 - 20 \times 35.2) = 407\ m2$$

$$AB = \frac{1}{2}\left(\frac{0}{30}\ \frac{80}{30}\ \frac{80}{35.9}\ \frac{60}{34.9}\ \frac{40}{34.5}\ \frac{20}{33.5}\ \frac{0}{32.5}\ \frac{0}{30}\right) =$$

$$= (80 \times 35.9 + 80 \times 34.9 + 60 \times 34.5 + 40 \times 33.5 + 20 \times 32.5 - 80 \times 30 - 80 \times 30 - 60 \times 35.9 - 40 \times 34.9 - 20 \times 34.5) = 342\ m2$$

$$AC = \frac{1}{2}\left(\frac{0}{30}\ \frac{80}{30}\ \frac{80}{35.2}\ \frac{60}{34.2}\ \frac{40}{33.7}\ \frac{20}{32.6}\ \frac{0}{31.7}\ \frac{0}{30}\right) =$$

$$= (80 \times 35.2 + 80 \times 34.2 + 60 \times 33.7 + 40 \times 32.6 + 20 \times 31.7 - 80 \times 30 - 80 \times 30 - 60 \times 35.2 - 40 \times 34.2 - 20 \times 33.7) = 279\ m2$$

$$AD = \frac{1}{2}\left(\frac{0}{30}\ \frac{80}{30}\ \frac{80}{34.7}\ \frac{60}{33.5}\ \frac{40}{33.0}\ \frac{20}{31.9}\ \frac{0}{30.8}\ \frac{0}{30}\right) =$$

$$= (80 \times 34.7 + 80 \times 33.5 + 60 \times 33.0 + 40 \times 31.9 + 20 \times 30.8 - 80 \times 30 - 80 \times 30 - 60 \times 34.7 - 40 \times 33.5 - 20 \times 33.0) = 223\ m2$$

$$Volume = \frac{20}{2}(AA + 2AB + 2AC + AD) = 18720\ m3$$

Cálculo das áreas das secções de corte e aterro que definem a plataforma horizontal à cota 33.9 m:

Secção A:

$A_{aterro} = \frac{8.89 \times 0.4}{2}$=1.7778 m2

$A_{corte} = \frac{11.11 \times 0.5}{2} + \frac{20}{2}(0.5 + 2 \times 1.3 + 2 \times 1.9 + 2.5)$=96.7778 m2

Secção B:

$A_{aterro} = \frac{20}{2}(1.4 + 0.4) + \frac{0.4 \times 8.00}{2}$=19.6000 m2

$A_{corte} = \frac{12.00 \times 0.6}{2} + \frac{20}{2}(0.6 + 2 \times 1.0 + 2.0)$=49.6000 m2

Secção C:

$$A_{aterro} = \frac{20}{2}(2.2 + 2 \times 1.3 + 0.2) + \frac{0.2 \times 8.00}{2} = 50.8000 \text{ m2}$$

$$A_{corte} = \frac{0.3 \times 12.00}{2} + \frac{20}{2}(0.3 + 1.3) = 17.8000 \text{ m2}$$

Secção D:

$$A_{aterro} = \frac{20}{2}(3.1 + 2 \times 2.0 + 2 \times 0.9 + 0.4) + \frac{0.4 \times 6.67}{2} = 94.3333 \text{ m2}$$

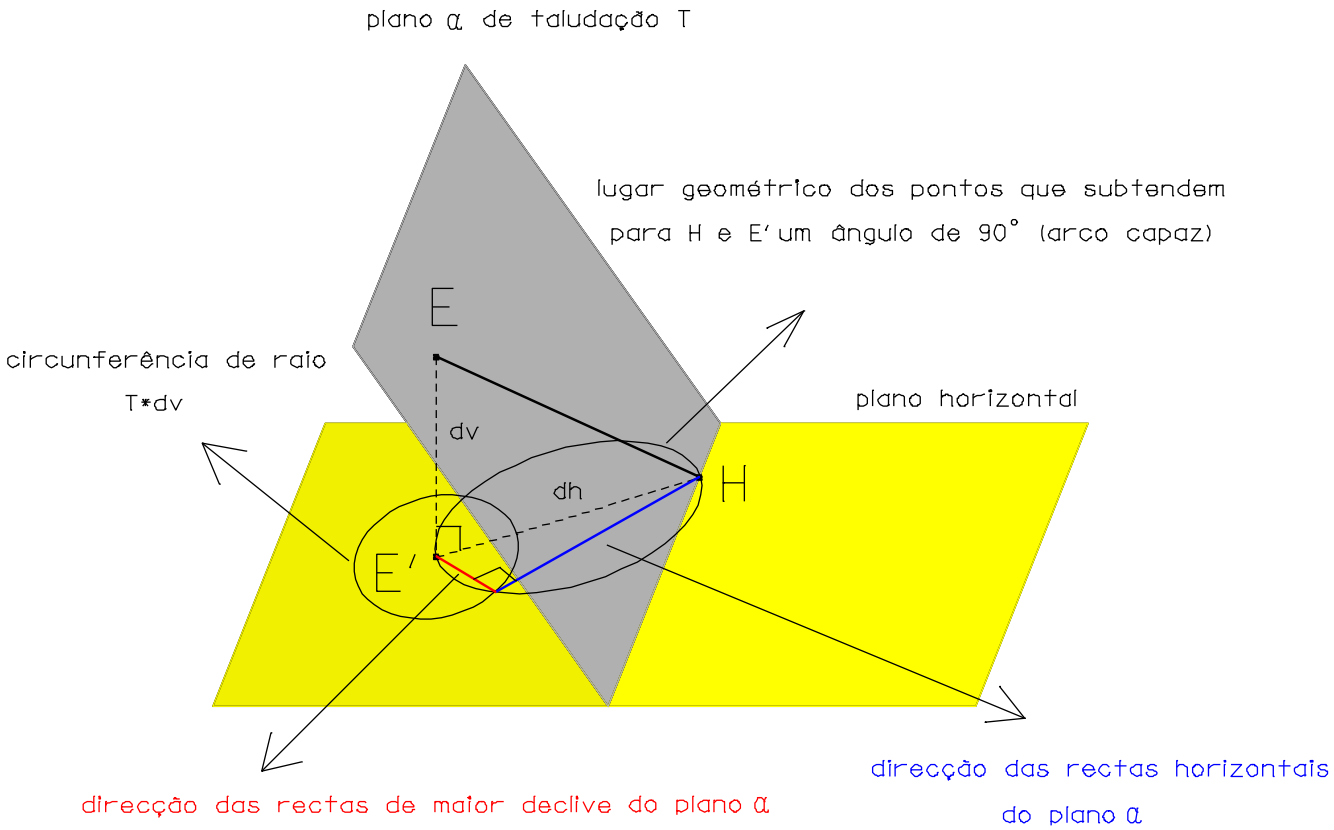
$$A_{corte} = \frac{0.8 \times 13.33}{2} = 5.3333 \text{ m2}$$

Os volumes de corte e aterro obtém-se então da forma:

$$V_{corte} = \frac{20}{2}(96.7778 + 2 \times 49.6000 + 2 \times 17.8000 + 5.3333) = 2369.00\ m3$$

$$V_{aterro} = \frac{20}{2}(1.7778 + 2 \times 19.6000 + 2 \times 58.8000 + 94.3333) = 2369.00\ m3$$

13. Os taludes da plataforma horizontal são facilmente marcados pois a linha de maior declive de cada um destes planos é perpendicular ao limite da plataforma. No caso dos taludes da rampa é necessário determinar as linhas horizontais desses mesmos planos. Considerando um plano α de taludação T e sobre ele o segmento de recta EH conhecido, pretende-se determinar a direcção das rectas horizontais do plano α. Para o efeito, projecta-se ortogonalmente sobre o plano horizontal que contém o ponto H o segmento EH, definindo-se o segmento HE', com comprimento dh, sendo dv a diferença de cotas entre E e H. Desenha-se em seguida com centro em E' uma circunferência cujo raio é obtido mantendo a proporcionalidade 1/T aplicada a dv, ou seja, T*dv. Desenha-se por fim o arco capaz do segmento HE' correspondente a um ângulo de 90º , cujo centro coincide com a mediatriz do segmento HE' (ou seja, o lugar geométrico dos pontos que subtendem para HE' um ângulo de 90º, que para cada ponto dessa circunferência forma um triângulo rectângulo cuja hipotnusa é a distância dh). A direcção das rectas horizontais do plano α obtem-se ligando o ponto E' à intersecção das duas circunferências anteriores, de forma a que o cateto do triângulo rectângulo anterior que tem comprimento T*dv (por ter que pertencer a ambas as circunferências) tenha a direcção da linha de maior declive do plano α, tendo o outro cateto (ortogonal ao primeiro, por o triângulo ser rectângulo) a direcção das rectas horizontais do plano α.



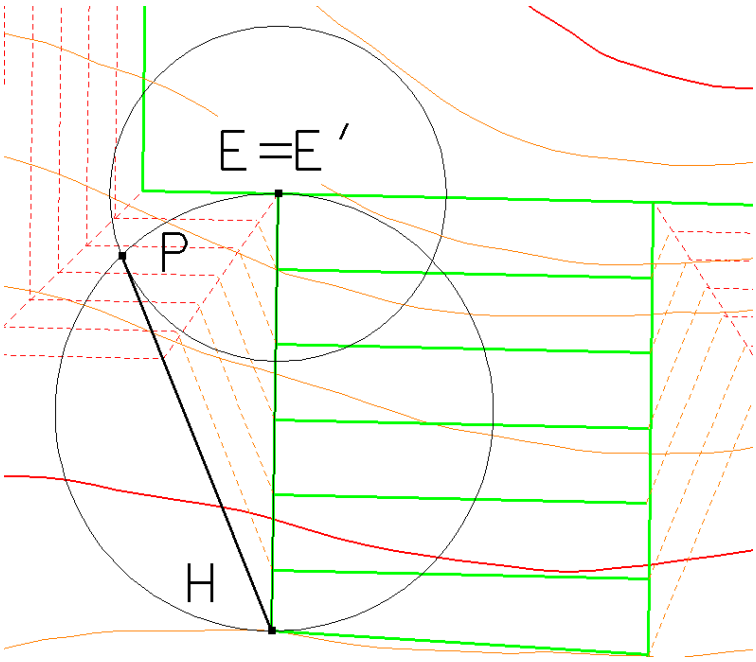
O procedimento anterior, para o talude de aterro do lado esquerdo de quem sobe a rampa, supondo que a imagem foi correctamente digitalizada e escalada é:

a) em planta (vista top), fazer uma cópia do segmento EH (H está à cota 29 m e E está à cota 35 m) e alterar a cota do ponto E para 29 m (modify element, dx=0,0,-6), obtendo-se o segmento horizontal HE'

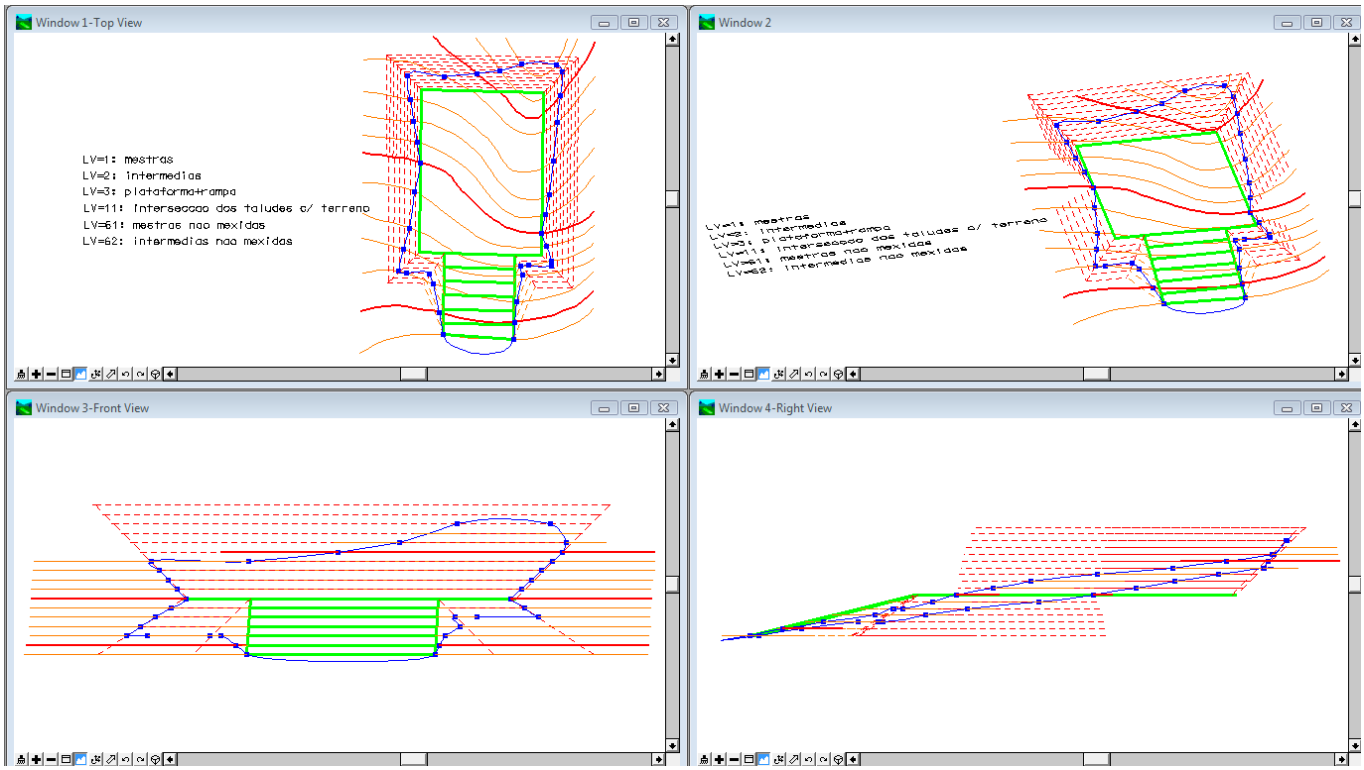
b) no plano de cota 29 m (AZ=29 m), desenhar uma circunferência com centro no ponto médio do segmento horizontal anterior e contendo os pontos H e E'.

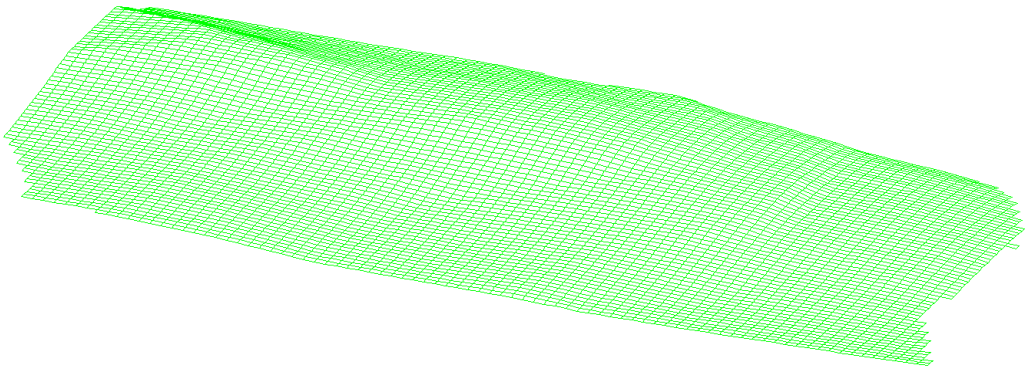
c) sendo a diferença de cotas dos pontos E e H igual a 6 m e sendo a taludação do plano de aterro igual a 2/3, traça-se com centro em E' uma circunferência com raio igual a $6 \times \frac{3}{2} = 9$ m, definindo-se o ponto P de intersecção das 2 circunferências.

d) construir a recta que passa por H e por P, que define a direcção da linha horizontal do plano da rampa à cota 29 m.
e) efectuar cópias da linha anterior para as cotas 30 m, 31 m, 32 m, 33 m e 34 m.

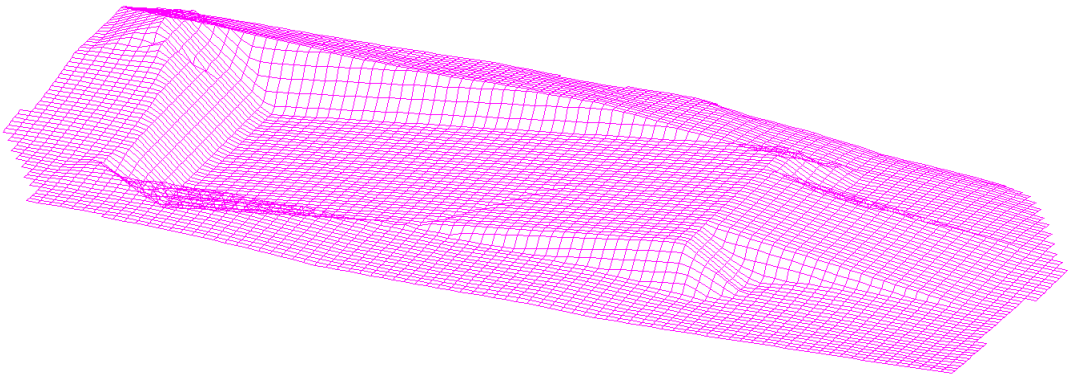


Determinação da direcção das linhas horizontais do plano do talude da rampa

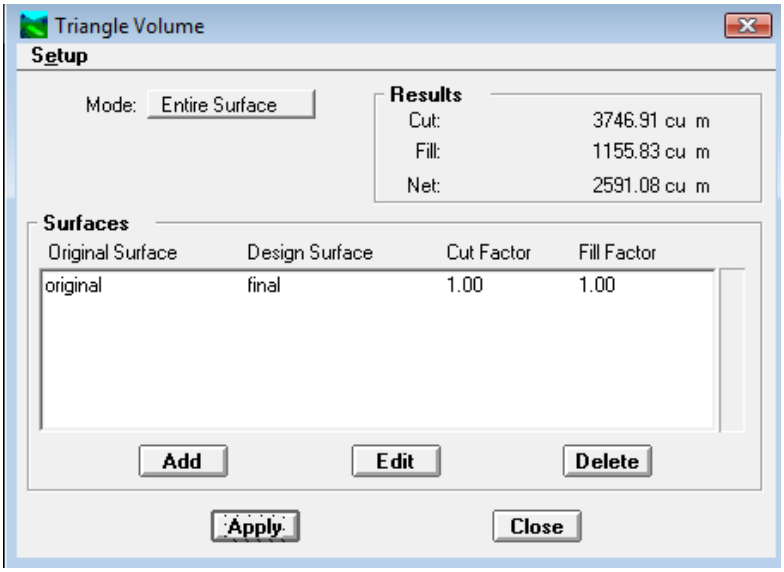


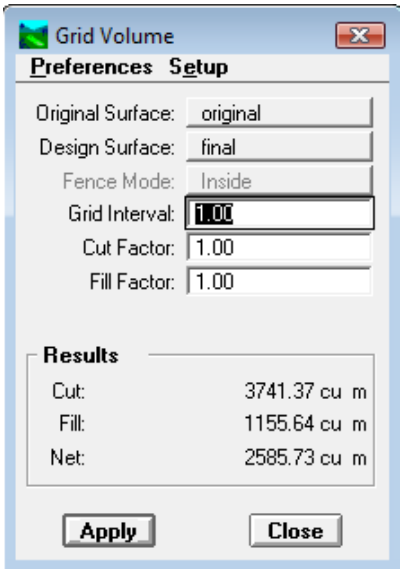


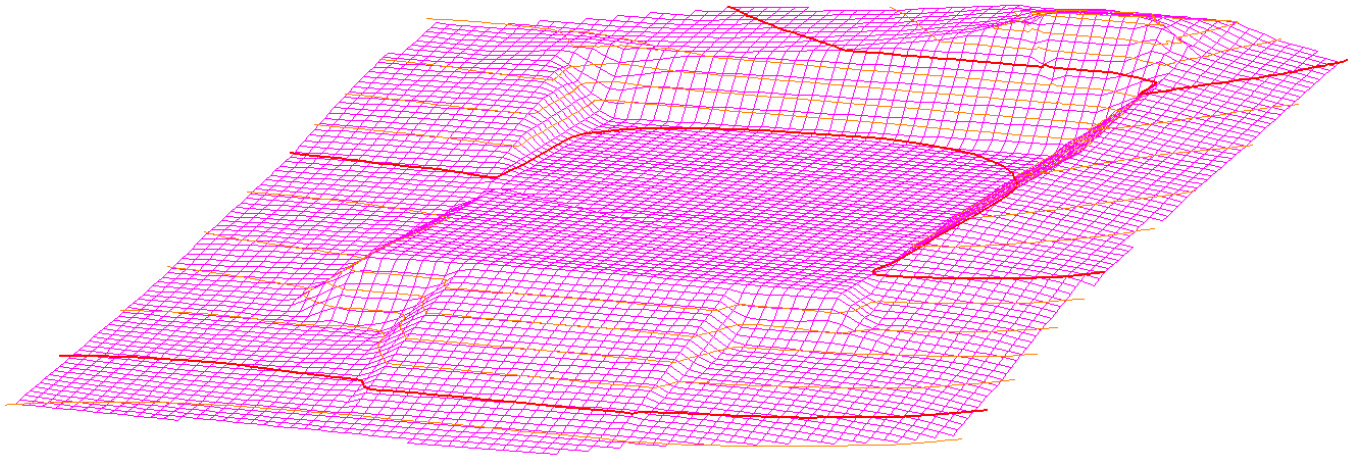
Terreno original



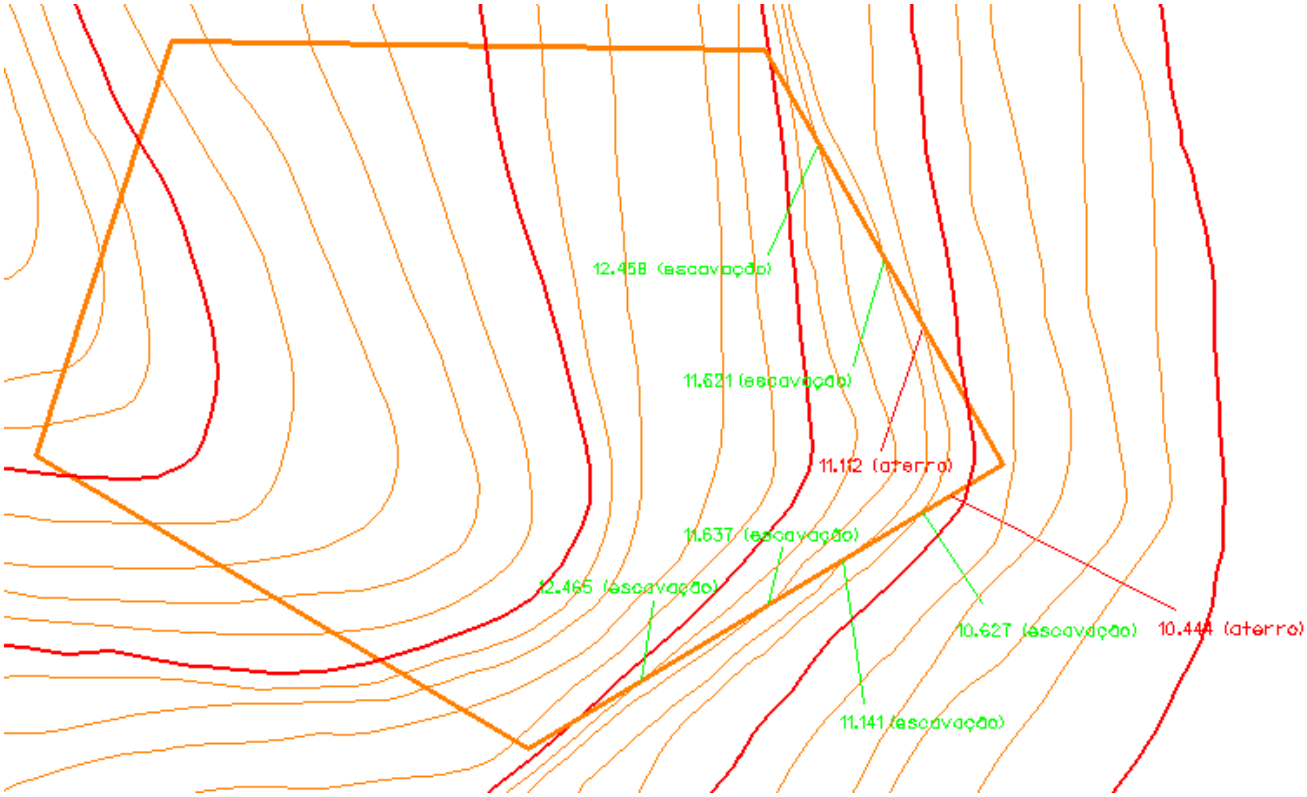
Terreno após implantação da plataforma e da rampa.







14.


12.458 (escavação)
11.621 (escavação)
11.112 (aterro)
11.637 (escavação)
12.465 (escavação)
10.627 (escavação)
10.444 (aterro)
11.141 (escavação)

lv=10: c. n. mestras fora da linha de implantação da obra

lv=20: c. n. intermédias fora da linha de implantação da obra

lv=25: c. n. dentro da zona de implantação da obra

lv=30: limite do pentágono no espaço

lv=31: limite do pentágono digitalizado à cota 6

lv=32: zona de transição escavação/aterro

lv=40: planos das taludes de escavação e aterro

lv=41: aresta entre os planos de escavação dentro da linha de implantação da obra

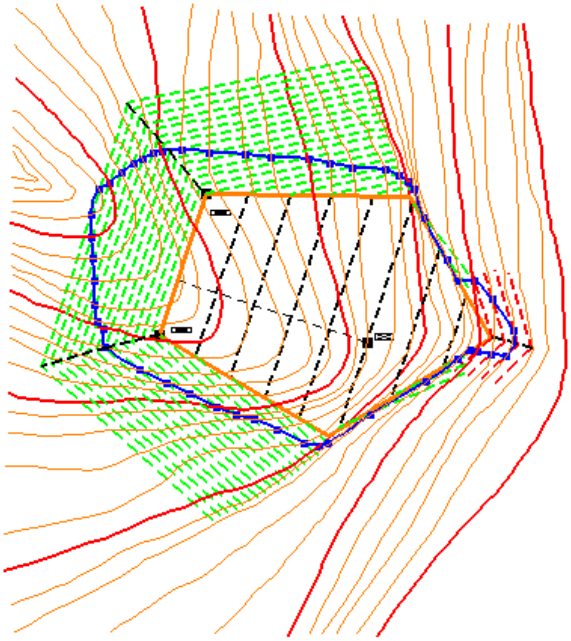
lv=42: pontos de intersecção dos planos de talude com o terreno natural

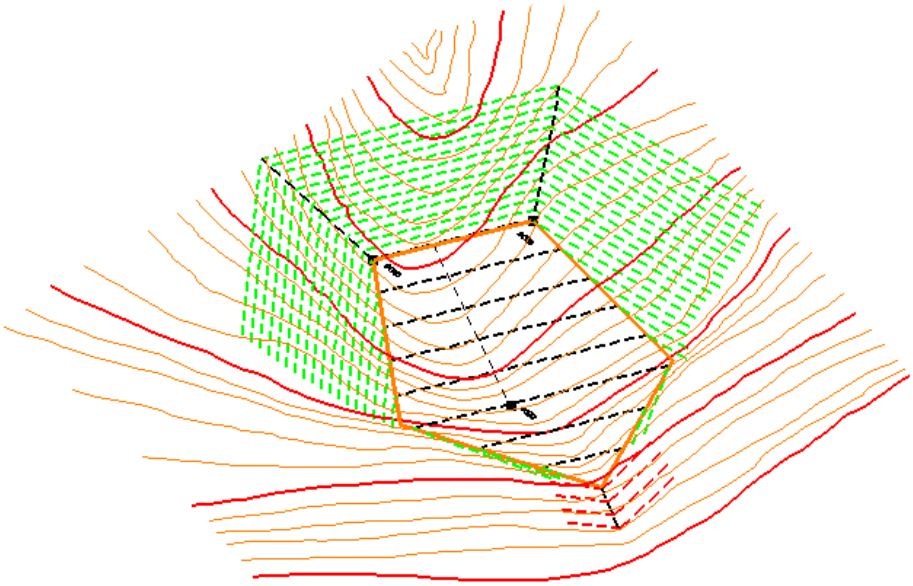
lv=45: linha de implantação da obra

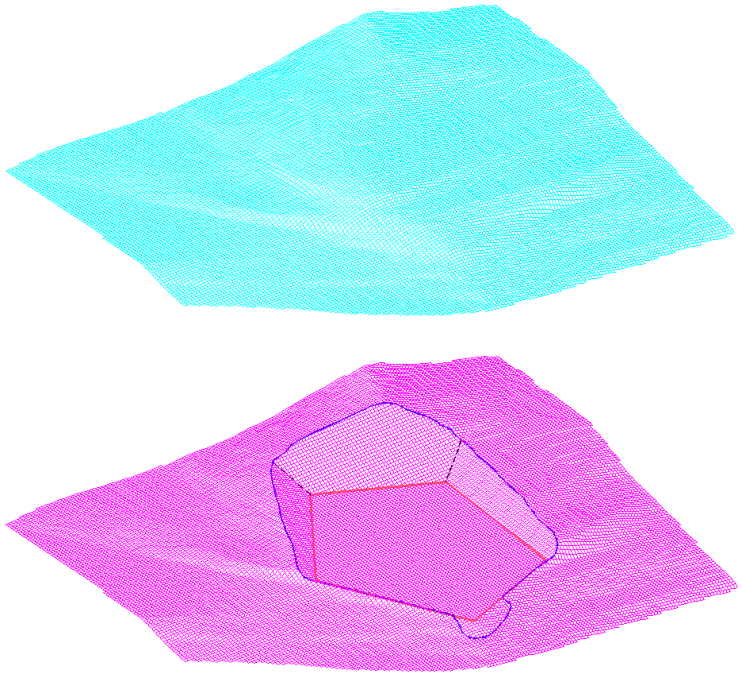
lv=46: superfície após a implantação da obra (gridded): contour (10+20), breakline (30+41+45)

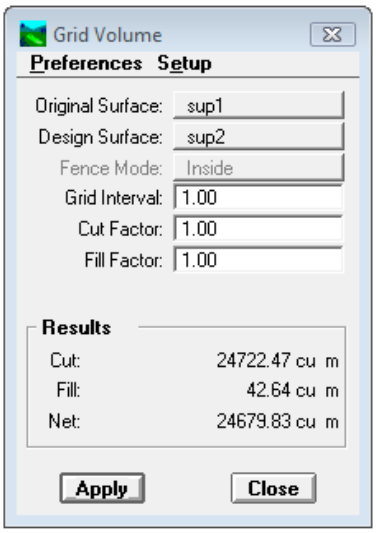
lv=47: superfície do terreno natural (gridded), contour (10+20+25)

lv=63: construção da direção das linhas horizontais dos planos de talude



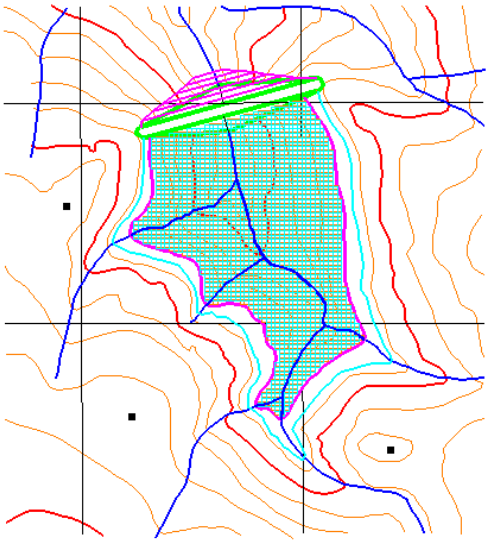






15.

Coroamento da barragem à cota 290m



lv=2: curvas de nível mestras fora da albufeira a 280 m
lv=3: curvas de nível intermédias fora da albufeira a 280m
lv=4: barragem
lv=5 pontos cotados
lv=6: quadrícula quilométrica
lv=7: linhas de água
lv=8: nível de pleno abastecimento (NPA)=285 m
lv=9: curvas de nível dentro da albufeira a 280 m
lv=10: albufeira à cota 280 m
lv=11: DTM da superfície terreno
lv=12: DTM da superfície albufeira à cota 280 m
lv=13: modelo regular (20 m) da superfície terreno
lv=14: modelo regular (20 m) da superfície albufeira à cota 280 m
lv=63: linhas de água projectadas no DTM da superfície terreno

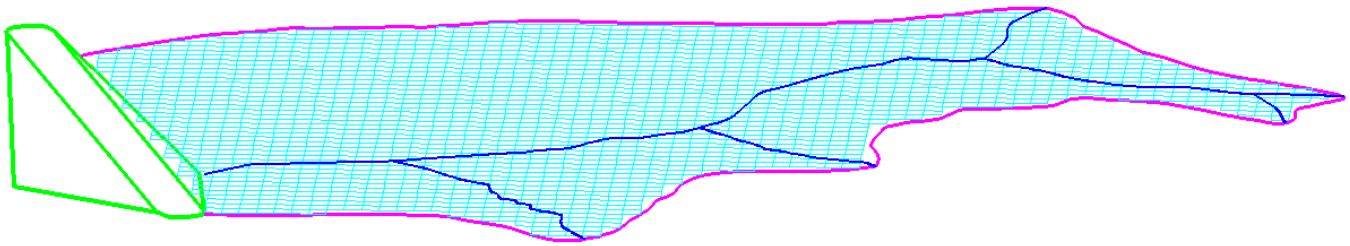
superfície terreno: lv=9 (contours)
lv=4 (breakline)
lv=10 (exterior)

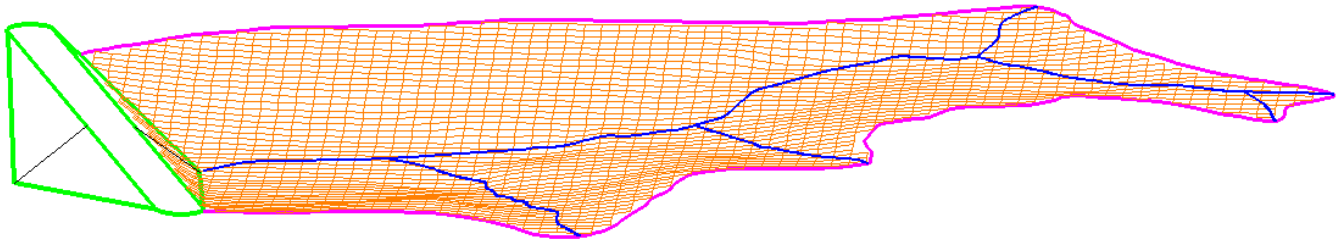
superfície albufeira: lv=10 (exterior)

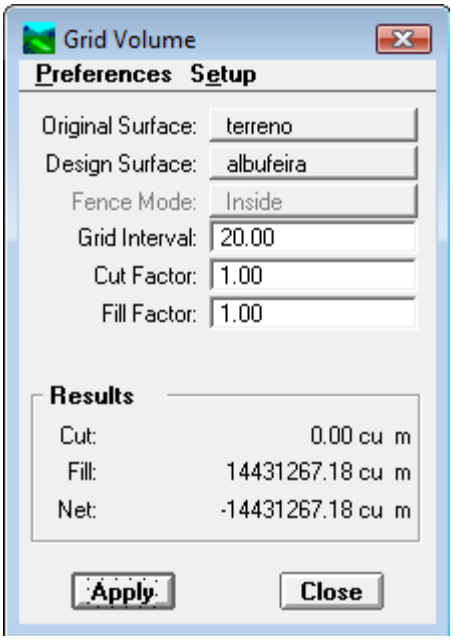
grid volume: cut = 14431267.18 m^3
fill = 0 m^3
net = 14431267.18 m^3 $\longrightarrow$ 14.43 hm^3

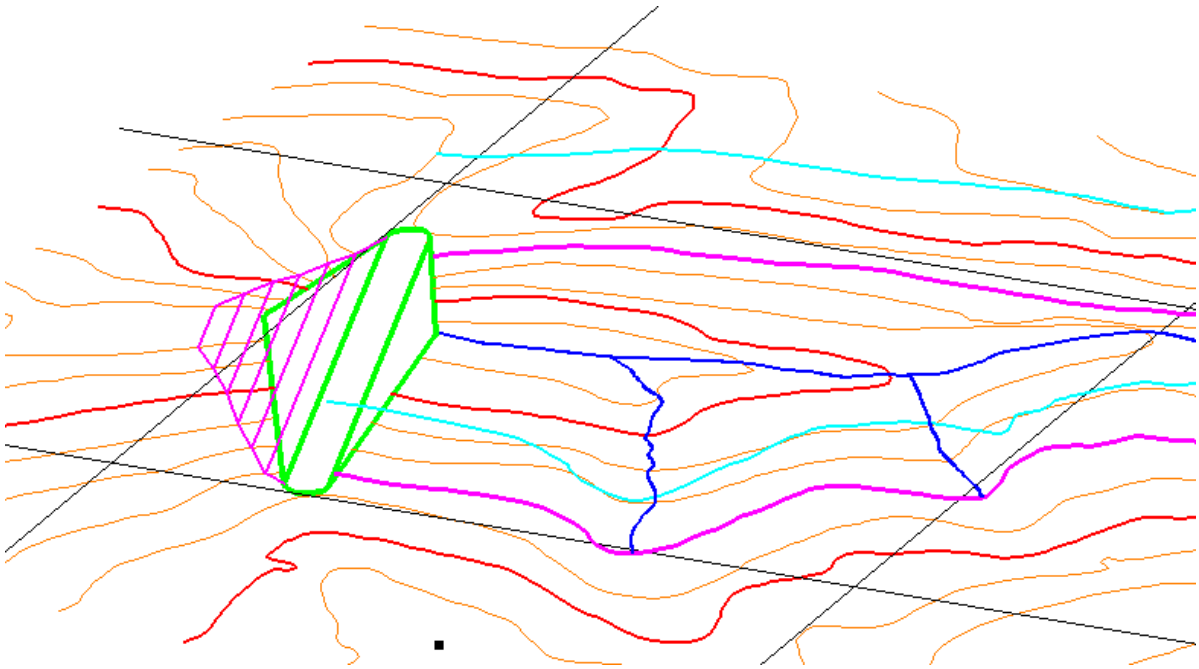
AS=1000/8.967=111.5200178 (em X e Y)
AS=1 (em Z)

Taludação do paramento montante $= \frac{58.139}{75.79185} = \frac{1}{1.3}$



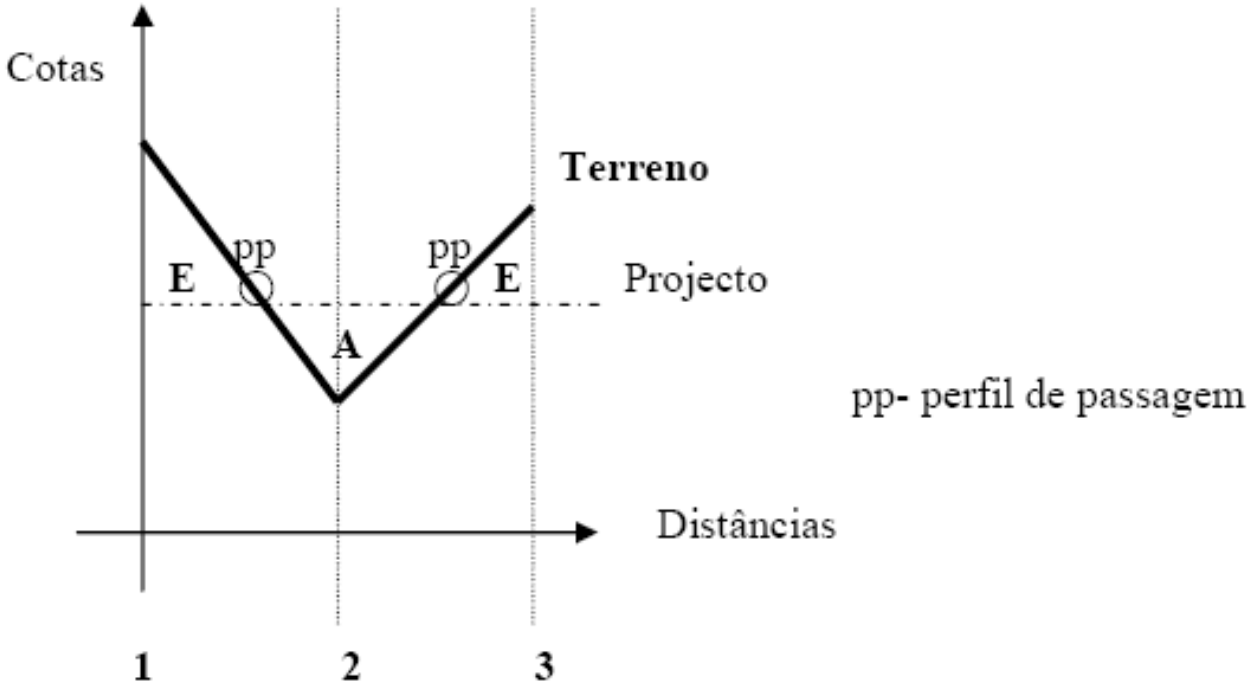



Grid Volume
Preferences Setup
Original Surface: terreno
Design Surface: albufeira
Fence Mode: Inside
Grid Interval: 20.00
Cut Factor: 1.00
Fill Factor: 1.00
Results
Cut: 0.00 cu m
Fill: 14431267.18 cu m
Net: -14431267.18 cu m
Apply
Close



16.

a)


Cotas
Terreno
pp
pp
E
E
Projecto
A
pp- perfil de passagem
Distâncias
1
2
3

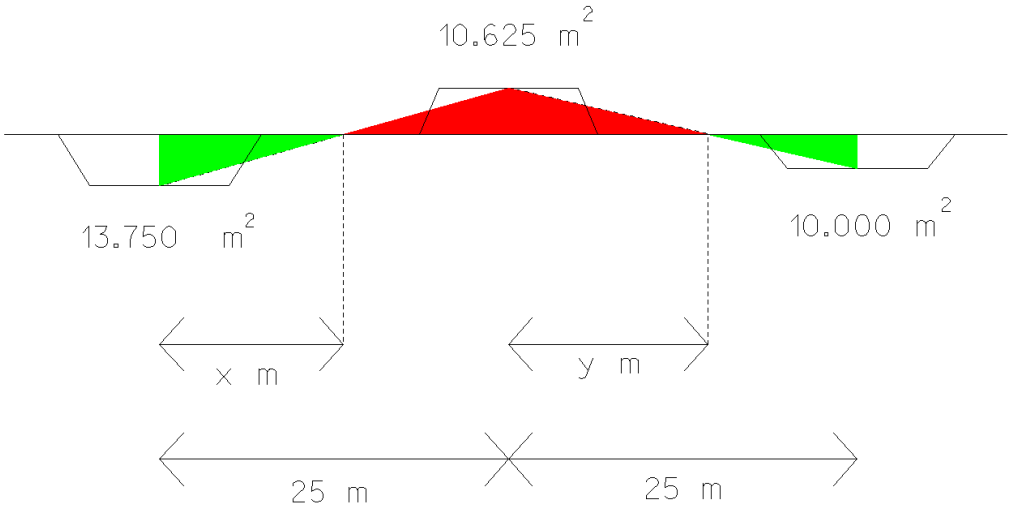
b)

			Escavações		Aterros	
Nº dos perfis	Distância entre perfis (m)	Distâncias médias (m)	Áreas (m2)	Volumes (m3)	Áreas (m2)	Volumes (m3)
1	*14,103*	*7,052*	*13,750*	*96,965*	---	---
pp	*10,897*	*12,500*	*0*	*0*	*0*	*0*
2	*12,879*	*11,888*	---	---	*10,625*	*126,310*
pp	*12,121*	*12,500*	*0*	*0*	*0*	*0*
3		*6,061*	*10,000*	*60,610*	---	---
Somas	*50*	*50*	*23,750*	***157,575***	*10,625*	***126,310***

A área real (Ar) do perfil é calculada a partir da área gráfica (Ag) e do denominador da escala (N) com base na expressão: Ar=Ag*N2=2,2*250^2=137500 cm2=**13,750m^2**. A distância entre qualquer perfil e o perfil de passagem (pp) não deve ser inferida do perfil longitudinal; para o cálculo destas distâncias aplica-se uma regra de 3 simples (interpolação linear) com base na dimensão das áreas dos perfis em causa (Área do perfil 1 e Área do perfil 2) e da distância entre estes (no caso 25m). Assim, a área "3,9 cm2" ="2,2+1,7" está para a distância entre os perfis 1 e 2 ("25m"), tal como a Área "2,2 cm2" está para a distância "x" (entre o perfil 1 e "pp"); logo a distância do perfil 1 ao "pp"= Área do perfil 1*25/(Área perfil 1+ Área perfil 2) em metros; a distância do "pp" ao perfil 2 ("y") em metros =25 - distância do perfil 1 ao "pp".

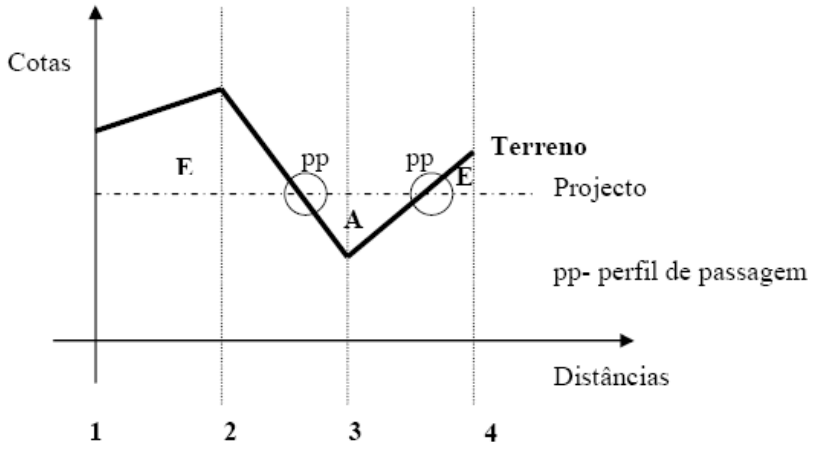
(2,2+1,7) -------25m
2,2----------x = 14,103 m, logo y=25-14,103=10,897 m

(1,7+1,6) -------25m
1,7 ----------x= 12,879 m, logo y=25-12,879=12,121 m.



17.

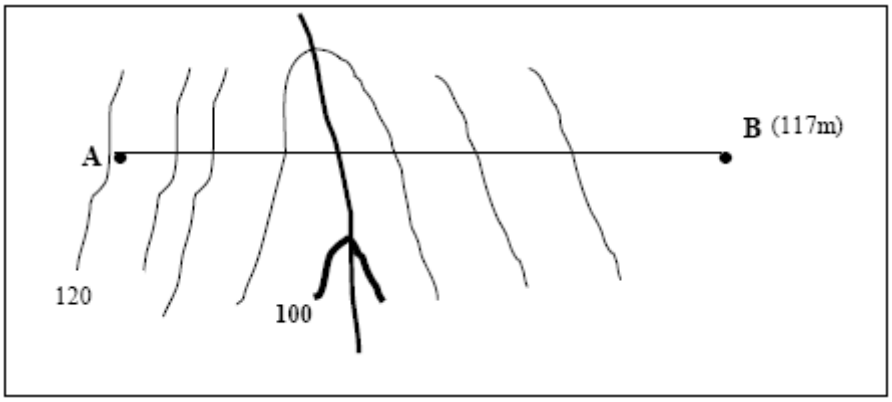
a)

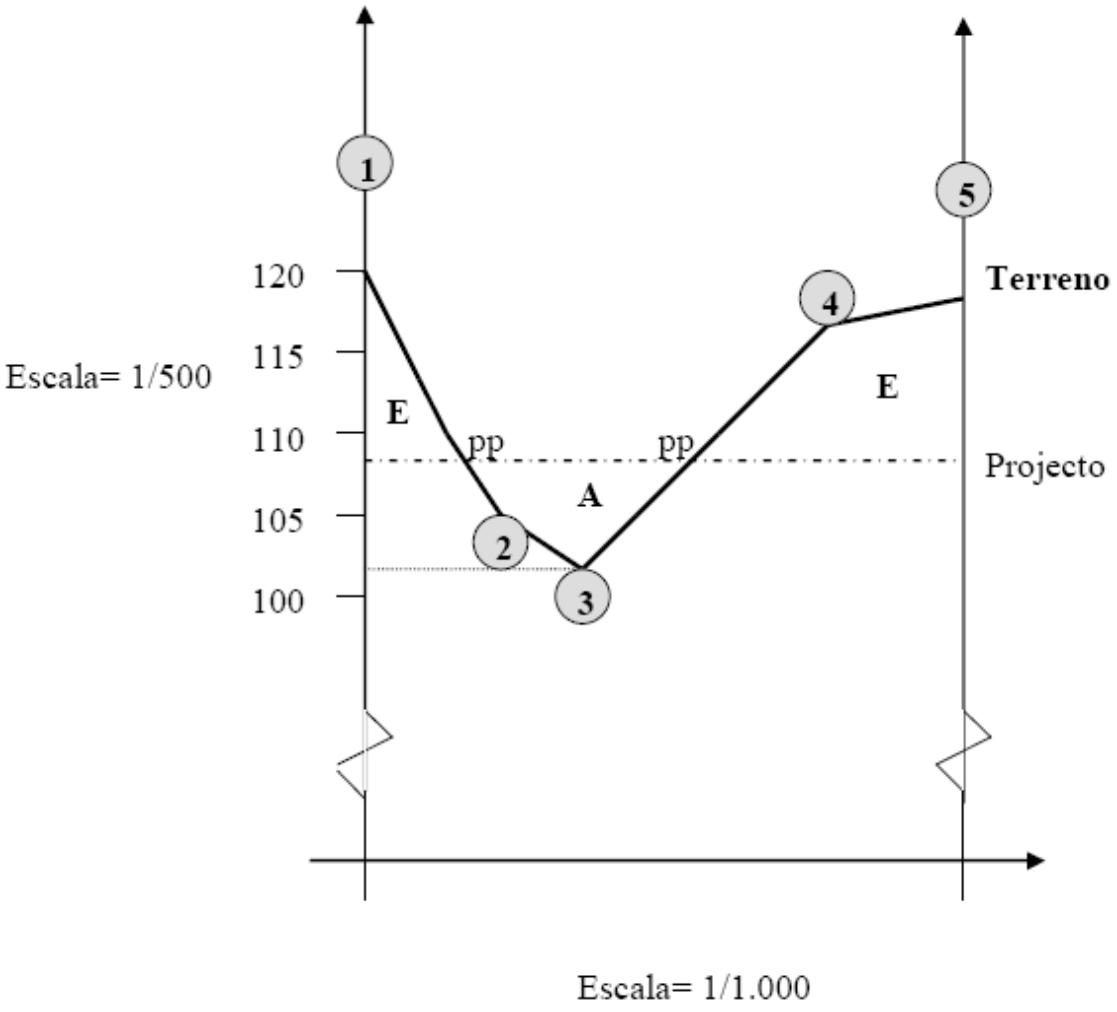


b)

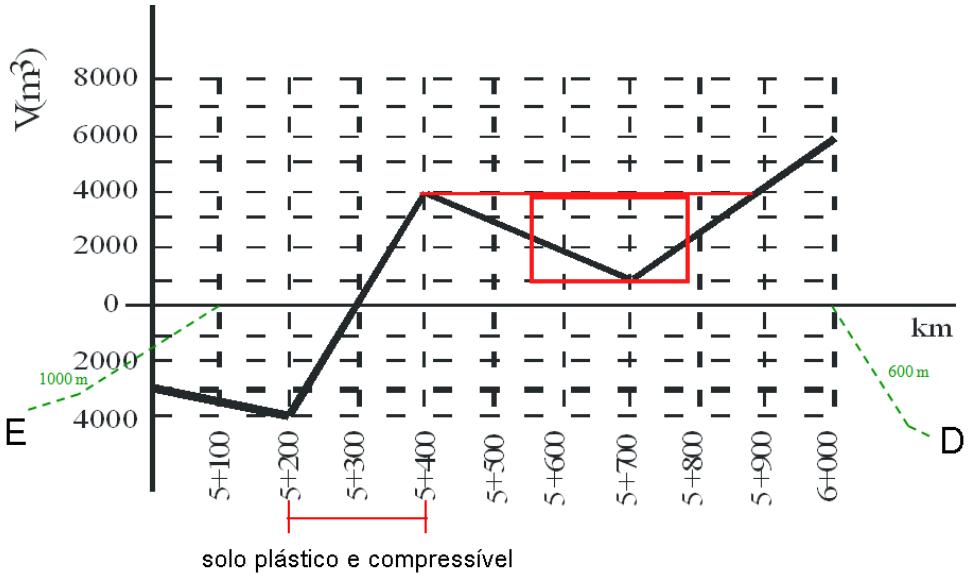
			Escavações		Aterros	
Nº dos perfis	Distância entre perfis (m)	Distâncias médias (m)	Áreas (m2)	Volumes (m3)	Áreas (m2)	Volumes (m3)
1	*20,00*	*10,000*	*42,5*	*425,0*	---	---
2	*11,35*	*15,675*	*52,5*	*822,9*	---	---
pp	*8,65*	*10,000*	*0*	*0*	*0*	*0*
3	*10,32*	*9,485*	---	---	*40,0*	*379,4*
pp	*9,68*	*10,000*	*0*	*0*	*0*	*0*
4		*4,840*	*37,5*	*181,5*	---	---
Somas	*60*	*60*	*132,5*	***1429,4***	*40*	***379,4***

18.


A
B (117m)
120
100


Escala= 1/500
120
115
110
105
100
1
2
3
4
5
E
pp
A
pp
E
Terreno
Projecto
Escala= 1/1.000

19.


V(m3)
8000
6000
4000
2000
0
2000
4000
km
1000 m
600 m
E
D
5+100
5+200
5+300
5+400
5+500
5+600
5+700
5+800
5+900
6+000
solo plástico e compressível